



مدل سازی عددی مواد فداشونده غیرزغالی با در نظر گرفتن اثرات واکنش های شیمیایی، انتقال جرم و انتقال حرارت به سطح

حمید محمدیون - دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود E-mail: hmohammadiun@yahoo.com

صاحب علی منافی - دانشیار گروه مهندسی مواد دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود

محمد محمدیون - گروه مهندسی مواد دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود

چکیده: در حال حاضر اطلاعات کمی در رابطه با سیستم های سپر حرارتی موجود است که در بسیاری از موارد این اطلاعات قابل اطمینان نیستند. بعلاوه آزمایش ها در مقیاس اصلی نیز علاوه بر هزینه بالا دارای انعطاف پذیری کمی هستند و برای هر حالت خاص آزمایش جدیدی باید صورت پذیرد. بنابراین داشتن یک برنامه عددی قابل اطمینان که قادر به محاسبه نرخ پسروری سطحی و تاریخچه دمای داخلی باشد، ضروری به نظر می رسد. در کار حاضر حل عددی معادلات حاکم بر ماده فدا شونده غیرزغالی به منظور پیش بینی مقدار پسروری و پاسخ دمایی سپرهای حرارتی غیرزغالی ارائه شده است. به دلیل ماهیت غیرخطی معادلات حاکم، از روش نیوتن-رافسون به همراه الگوریتم TDMA (الگوریتم توماس) برای حل این دستگاه معادلات غیرخطی استفاده شده است. استفاده از روش نیوتن-رافسون در حل معادلات حاکم از مزایای روش حل ارائه شده، محسوب می شود زیرا این روش بسیار ساده بوده و به راحتی قابل تعمیم به مسائل پیچیده تر می باشد. به منظور بررسی صحت عملکرد کد تدوین شده، نتایج بدست آمده با نتایج مراجع معتبر مقایسه شده است.

واژه های کلیدی: مواد فدا شونده غیرزغالی، نرخ پسروری سطح، توزیع دمای داخلی، روش نیوتن رافسون و الگوریتم توماس.

Numerical Modeling of Non-Charring Material Ablation by considering the Surface Recession

H. Mohammadiun, Department of Materials Eng., Faculty of Eng., Shahrood Islamic Azad University

S.A. Manafi, Department of Materials Eng., Faculty of Eng., Shahrood Islamic Azad University

M. Mohammadiun, Department of Materials Eng., Faculty of Eng., Shahrood Islamic Azad University

Abstract: Presently, there is little information, concerning the heat shield systems, and this information is not completely reliable to use in so many cases. For example, the precise calculation can not be done for various materials. In addition, the real scale test has two disadvantages: high cost and low flexibility, and for each case, we must perform a new test. Hence, using a numerical modeling program that calculates the surface recession rate and interior temperature distribution is necessary. Also, the numerical solution of governing equation for non-charring material ablation is presented in order to anticipate the recession rate and the heat response of non-charring heat shields. The governing equation is nonlinear and the Newton-Rafson method along with TDMA algorithm (Thomas algorithm) is used to solve this nonlinear equation system. Using Newton- Rafson method for solving the governing equation is one of the advantages of the solving method because this method is simple and it can be easily generalized to more difficult problems. The obtained results are compared with reliable sources in order to examine the accuracy of compiling code.

Keywords: Non-charring material ablation, Recession rate, Interior temperature, TDMA algorithm

۱- مقدمه

طراحی، انتخاب و تعیین اندازه سامانه‌های محافظ حرارتی (TPS) و مواد مورد استفاده در پوشش ابزار که در فاز برگشت به جو هستند، از جمله مسائل مهم در علم آئرو دینامیک محسوب می‌شوند [۱]. تعیین میدان توزیع دمایی ناشی از اثر گرمایش آئرو دینامیکی، در فاز برگشت به جو تولید می‌شود، یکی از چالش‌های مهم در طراحی سطوح فضاپیماها می‌باشد [۲]. موفقیت یک مأموریت فضایی به دقت محاسبه بارهای مکانیکی و حرارتی که در فاز برگشت به جو، به فضاپیما وارد می‌شود بستگی دارد. در اعداد ماخ بالا، در مقابل یک جسم ضخیم، شوک منحنی تولید می‌شود که افزایش فشار را به همراه دارد و این امر منجر به تولید نیروی کشش آئرو دینامیکی بسیار زیادی می‌شود. در فاز برگشت به جو به علت بالابودن سرعت و در اثر تراکم مولکولهای هوا در دماغه پرتابه و تبدیل انرژی جنبشی به انرژی حرارتی، گرمایش آئرو دینامیکی شدیدی بوجود می‌آید. این پدیده خصوصاً در اطراف دماغه از اهمیت خاصی برخوردار است و می‌تواند موجب آسیب رسیدن به سازه شود. به عنوان مثال دمای نقطه سکون دماغه فضاپیمایی که با ماخ ۳۶ وارد جو می‌شود به 11000K می‌رسد [۳]، واضح است که هیچ سازه و هیچ نوع عایق حرارتی معمولی قادر به تحمل اینگونه شرایط نیست مگر اینکه توسط مکانیزم‌هایی اثر این شارهای حرارتی شدید، کاهش داده شود. ذکر این نکته لازم است که خوشبختانه اکثر این وسایل مدت زمان نسبتاً کوتاهی در معرض اینگونه شرایط قرار دارند. از جمله سامانه‌های حرارتی دمابالا که در این شرایط مورد استفاده قرار می‌گیرند، می‌توان به چاه‌حرارتی، خنک‌کاری بازتابشی، خنک‌کاری تراوشی و خنک‌کاری فداشوندگی اشاره نمود. چاه‌حرارتی به موادی گفته می‌شود که ظرفیت حرارتی بالایی دارند و شارحرارتی وارده را در خود ذخیره می‌کنند و به این ترتیب از افزایش دما در سازه جلوگیری می‌نمایند. عایق‌های بازتابشی دارای ظرفیت حرارتی تقریباً صفر ولی بازتابش

سطحی بالا هستند، بنابراین با افزایش سریع دمای سطح، انرژی حرارتی دریافتی را به صورت بازتابش از خود دفع می‌کنند. در خنک‌کاری تراوشی، از طریق منافذی در سطح، سیالی را به داخل لایه مرزی تزریق می‌کنند و به این ترتیب تا حد امکان لایه مرزی داغ را از سطح دور می‌کنند. عایق‌های فداشونده که به طرحواره آنها در شکل (۱) نشان داده شده و در مطالعه حاضر مورد توجه هستند، زمانیکه در معرض برخورد با گازهای داغ قرار می‌گیرند، با انجام تغییرات فازی و واکنش‌های شیمیایی، مقداری از شار حرارتی را جذب و تلف می‌کنند، علاوه بر این با تولید گاز حاصل از واکنش و دمش آن به داخل لایه مرزی، همانند عایق‌های تراوشی ورود شارحرارتی را به سطح سد می‌کنند و به این ترتیب خود را فدای سازه اصلی می‌نمایند و از آسیب سازه جلوگیری می‌کنند [۴]. این نوع حفاظت حرارتی برخلاف خنک‌کاری تراوشی به سادگی با یک تنظیم خودکار با انتقال حرارت و جرم همراه است. سامانه فداشونده محدودیت دمای سطح در مواد چاه حرارتی را از میان برمی‌دارد و نیز باعث جلوگیری از افزایش بیش از حد وزن سازه می‌شود. هدف مهمی که از مطالعه عایق‌های فداشونده پیگیری می‌شود، محاسبه توزیع دما در عمق عایق و نیز مقدار پسروری آن هنگام حرکت پرتابه در مسیر مربوطه است. در حالت کلی دو نوع ماده فداشونده وجود دارد یکی فداشونده سطحی (غیر زغالی) و دیگری فداشونده قابل تجزیه (زغالی) می‌باشد. فداشونده‌های سطحی که غیرقابل تجزیه می‌باشند، تنها به صورت شیمیایی فرسایش می‌یابند و اکسیداسیون و تغییر فاز در سطح آنها رخ می‌دهد. برخی از فداشونده‌های سطحی متداول شامل فلزات، تفلون، گرافیت و کربن-کربن می‌باشد. کربن-کربن ماده‌ای است که معمولاً برای محافظت بخش‌هایی از یک جسم برگشتی از فضا که در معرض تنش‌های مکانیکی زیادی هستند، از قبیل نقطه سکون پرتابه‌ها و دماغه موشک‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد و به عنوان یک ماده موثر و قابل اطمینان، در طراحی سامانه‌های

مقارن محوری) مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۲]. در ASCC، اثرات گازهای پیرولیز شده از تجزیه داخلی در نظر گرفته نمی‌شود و معادله پخش حرارتی با استفاده از روش اختلاف‌های محدود همراه با شبکه Overlaid حل می‌گردد که همیشه دقیق نیست. یک برنامه فداشوندگی در آزمایشگاه‌های ملی Sandia ارائه شده است که از روش حجم محدود همراه شبکه بندی بی‌سازمان استفاده می‌کند [۱۳]. در این کد، برای در نظر گرفتن حرکت شبکه بخاطر فداشوندگی فرض می‌شود که شبکه همانند یک جامد با خاصیت کشسانی و جابجائی سطحی مساوی پسروی سطحی رفتار می‌کند. اثرات گاز پیرولیز شده و اندرکنش سیال- جامد مورد توجه قرار نگرفته است. روش حل انتگرالی (HBI) یکی از روش‌های حل مهندسی برای ارزیابی مسائل پیچیده انتقال حرارت مربوط به مسائل فداشوندگی می‌باشد که باعث صرفه‌جویی در زمان اجرای برنامه‌های کامپیوتری می‌شود [۱۴]. در کتاب‌ها و مقالات، این روش به‌عنوان یکی از روش‌های قدیمی حل مسائل فداشوندگی معرفی شده است. در این روش از تکنیک انتگرال گودمن برای پیش‌بینی رفتار مواد فدا شونده زغالی استفاده می‌شود که این تکنیک شبه‌تحلیلی، در اواخر دهه ۱۹۵۰ و اوایل دهه ۱۹۶۰ برای برخی از مسائل غیرخطی انتقال حرارت ابداع شده است و در آن از توابع چندجمله‌ای و نمایی برای پروفیل‌های دمای مورد استفاده قرار می‌گیرند. در سالهای اخیر نیز تحقیقاتی در مورد مواد فداشونده به وسیله Shan Lin [۱۵] و Lachaud [۱۶] انجام شده است. در مورد اول حل شبه پایای یک بعدی، برای مواد فداشونده زغالی تحت تاثیر منبع حرارتی پایا مورد بررسی قرار گرفته است و در مورد دوم یک مدل تحلیلی سه بعدی در حالت پایا برای مواد فداشونده ارائه شده است. در کار حاضر معادلات حاکم به منظور پیش‌بینی مقدار پسروی و پاسخ دمایی عایق فداشونده زغالی با در نظر گرفتن اثرات واکنش‌های شیمیایی، انتقال جرم و انتقال حرارت به سطح در حالت گذرا ارائه شده و پس از

محافظ حرارتی شناخته می‌شود [۵]. همچنین یکی دیگر از دلایل استفاده از کامپوزیت‌های کربن-کربن در سامانه‌های محافظ حرارتی، حفظ خواص مکانیکی در دمای بسیار بالا می‌باشد [۶]. از نقطه نظر تاریخی اولین مطالعات علمی روی پدیده فداشوندگی، در اواخر دهه ۶۰ و اوائل دهه ۷۰ میلادی به انجام رسیده است و مبنای آنها بر بررسی اولیه ون کارمن و لیز قرار داشت [۷]. مرجع [۸] اولین کتابی است که در این زمینه نوشته شده است. در این کتاب، یک سری از مقالات که در سمپوزیومی که درباره پلاستیکهای فداشونده برگزار شده، جمع آوری شده است. در ابتدا تصور بر این بود که مشخصه‌های پدیده فداشوندگی تنها تابع خواص ماده می‌باشد. اما تحقیقات بعدی نشان داد که این مشخصه‌ها فراتر از آن، برآیندی از تأثیر متقابل خواص ماده محافظ، آئروترموشیمی محیط و هندسه جسم حفاظت شونده است [۹]. همانگونه که پیش از این ذکر شده، هدف عمده از پیش‌بینی رفتار عایق فداشونده، محاسبه دما در زیرعایق و روند پسروی آن هنگام پرواز وسیله پرنده و در نتیجه طراحی بهینه عایق است. در راستای دستیابی به این اهداف، طی زمان، روش‌های مختلفی بکار رفته است که از روش نسبتاً ساده گرمای فداشدن شروع شده و به سمت کدهای کامپیوتری که امکان بررسی جزئیات پدیده فداشدن را فراهم می‌کنند، پیش رفته است. CMA، توسط شرکت Aerotherm در سال ۱۹۶۸ ارائه شد [۱۰]. این روش معادلات تعادل انرژی و تجزیه را بصورت ضمنی همراه با شرایط تعادل انرژی سطح فداشونده حل می‌نمود و با این روش، پاسخ سپرهای فداشونده در جریان‌های مافوق صوت را شبیه‌سازی می‌کرد. اخیراً FIAT در مرکز تحقیقات Ames در ناسا ارائه شده است [۱۱]. FIAT پایداری بیشتری دارد و در مقایسه با CMA گستره وسیعتری از مسائل را می‌تواند حل کند. ASCC که توسط شرکت Aerotherm ارائه شده است، یک کد مهندسی است که برای شبیه‌سازی فازجامد- مایع کاملاً متصل به هندسه دوبعدی (صفحه‌ای یا

۲- شرایط مرزی

در شکل (۱) طرحواره‌ای از یک ماده فداشونده نشان داده شده است. در این مدل علاوه بر انتقال حرارت از طریق هدایت، جابجائی و تشعشع، جذب یا تولید گرمای مربوط به واکنش‌های شیمیائی را نیز باید در نظر گرفت. عبارات ورود و خروج انرژی به سطح ماده فداشونده با توجه به شکل (۱) عبارتند از:

$$(a) \text{ شار حرارتی که از طریق هدایت منتقل می‌گردد: } q_{net} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{w, solid}$$

(b) شار حرارتی ورودی به سطح در اثر گازهای پیرولیز و زغال:

$$\dot{m}_{ab} h_u, \dot{m}_{gw} h_{gw}$$

(c) خروج انرژی از سطح در اثر خروج فاز تبرید شده: $\dot{m}_{er} h_u$

(d) شار حرارتی تشعشعی ورودی و خروجی: $q_{rad, in}, q_{rad, out}$

(e) شار حرارتی خروجی از سطح در اثر جریان شار جرمی: $(\rho v)_w h_w$

(f) نفوذ انرژی به فاز گاز: q_{conv}

لازم بذکر است که حجم کنترل نشان داده شده نسبت به سطح ماده فداشونده ثابت است. بنابراین معادله بقای انرژی در سطح ماده فداشونده بصورت زیر خواهد شد:

$$\dot{q}_{net} = \dot{q}_{conv} - \dot{q}_{rr} - \dot{m}_{ab}(h_w - h_u) - \dot{m}_{gw}(h_w - h_{gw}) \quad (3)$$

در مورد کامپوزیت کربن-کربن $h_{gw} = 0$ می‌باشد، و معادله (۳) به صورت زیر قابل تبدیل می‌باشد:

$$\dot{q}_{net} = \dot{q}_{cw} \left(1 - \frac{h_w}{h_r} \right) \phi_{HAL} \phi_{blow} - \epsilon \sigma (T_w^4 - T_{ref}^4) - \dot{m}_{ab}(h_w - h_u) + \dot{m}_{gw}(h_w - h_{gw}) \quad (4)$$

در رابطه بالا \dot{q}_{cw} شار حرارتی دیواره سرد و h_r آنتالپی بازیافت است که از روابط آئرو دینامیکی قابل محاسبه‌اند.

ϕ_{blew} مربوط به دمش ناشی از ورود گاز به لایه مرزی است و با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\phi_{Blow} = \frac{\ln(1 + a B')}{a B'} \quad (5)$$

$$B' = \frac{\dot{m}_w}{g_h} = \frac{\dot{m}_{ab} + \dot{m}_{gw}}{g_h} = B'_c + B'_g$$

مشخص شدن شرایط مرزی، معادلات حاکم، با استفاده از روش نیوتن-رافسون به همراه الگوریتم TDMA (الگوریتم توماس) حل شده است.

۲- تعیین پاسخ حرارتی ماده فدا شونده زغالی

برای تعیین پاسخ حرارتی ماده فداشونده غیرزغالی کافی است در معادلات حاکم کلی مواد فداشونده از برخی عبارت‌ها صرف نظر شود، به این ترتیب معادلات حاکم به منظور تعیین پاسخ دمایی و پسروری سطح موادی مثل کامپوزیت‌های کربن-کربن و گرافیت بدست می‌آید. در این مورد شار جرمی گاز پیرولیز صفر بوده و معادلات حاکم به شکل ساده‌تری تبدیل می‌شوند. برای حل معادلات به دلیل پسروری سطح ماده فداشونده بهتر است مبدأ محور مکان همواره منطبق بر سطح ماده باشد. در این حالت معادله انرژی به صورت زیر خواهد بود [۱۷]:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{S} \frac{\partial}{\partial z} (\rho h(T)) = \rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

در رابطه فوق نرخ S به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{S} = \frac{\dot{m}_{ab}}{\rho} \quad (2)$$

فرض تعادل شیمیایی در سطح واکنش پذیر مواد فداشونده به عنوان یک فرض استاندارد و قابل قبول پذیرفته شده است. برطبق این فرض قسمت مهم فداشوندگی، در دما و فشار بالا اتفاق می‌افتد به نحوی که در این شرایط واکنش‌ها بسیار سریع هستند و تعادل شیمیایی غالب است. محاسبات تعادل شیمیایی سیستم‌های باز، با روابط ترمودینامیکی و استوکیومتری واکنش‌ها انجام می‌شود. کدهای کامپیوتری ACE و EST با فرض تعادل شیمیایی و با بهره‌گیری از خواص ترمودینامیکی مواد در جداول JANAF، نرخ فداشوندگی را محاسبه می‌کنند [۱۸]. برای محاسبه نرخ پسروری سطح از معادلاتی که توسط انطباق منحنی بر نتایج آزمایشگاهی توسط Potts بدست آمده استفاده می‌شود.

شار جرمی، به اثرات لایه مرزی جریان عبوری بر روی سطح (جابجایی)، نفوذ اجزای سازنده هوا (به ویژه O_2) به داخل لایه مرزی، سایش مواد کربنی سطح و در مورد کربن- فنلیک به تزیق گاز پیرولیز بستگی دارد. در محاسبات مربوط به واکنش- های تعادلی تنها مقادیر نسبی عناصر شیمیایی مورد نیاز است، بنابراین کافی است B'_C ، B'_G ، فشار سیستم P ، اجزای هوا و شرایط سطح جامد مشخص شود.

پس از مشخص شدن مقادیر فوق، انواع مختلف واکنش تعادلی، دما و آنتالپی گاز در دیواره محاسبه می‌شود. در کار حاضر از نتایج اجرای کد EST جداولی از داده‌ها تهیه شده و سپس این داده‌ها به صورت توابعی، وابسته شده‌اند. ورودی این توابع شامل دمای سطح T_w ، فشار سطح $(p_w = p_e)$ و شار جرمی نرمال شده گاز پیرولیز و خروجی آنها شار جرمی فداشوندگی سطح و آنتالپی گاز در دیواره می‌باشند که از شار جرمی فداشوندگی می‌توان ضریب انتقال جرمی را محاسبه نمود.

$$B'_{c,eq} = B'_{DCO} + B'_{DCO} \exp(T^*), T^* = (T_w - T_p) / S_p \quad (8)$$

$$T_p = (T_1)(p^*)^{q_1}, S_p = (T_2)(p^*)^{q_2}, p^* = \frac{p}{p_{ref}}$$

$$h_{w,eq} = \bar{h}_f + \bar{c}_p(T_w - T_{ref}) + h'_s(B'_{c,eq} - B'_{DCO})^{q_3} \quad (9)$$

در روابطه فوق $pref = 1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar}$ و $0.174 =$

B'_{DCO} می‌باشد. مقادیر بهینه پارامترها برای انطباق منحنی بر مبنای دمای مرجع 300 K ، در رابطه (۸) عبارتند از:

$$T_1=3617 \text{ K}, T_2=170 \text{ K}, q_1=0.0367, q_2=0.104$$

همچنین در رابطه (۹) مقادیر بهینه پارامترها برای انطباق

عبارتند از:

$$h'_s = 16280 \text{ J/g}, q_3 = 0.845, \bar{c}_p = 1.18 \text{ J/g.K}, \bar{h}_f = -1365 \text{ J/g}$$

$$\phi_{Blow} = \frac{a B'_0}{\exp(a B'_0) - 1} \quad (6)$$

$$B'_0 = \frac{\dot{m}_w}{g_h} = \frac{\dot{m}_{ab} + m_{gw}}{g_h} = B'_c + B'_g$$

در رابطه فوق مقدار a برابر $1/5$ می‌باشد. $\phi_{HALI} > 1$ بوده و ضریب سایش است و برای حالتی که سایش وجود ندارد، مقدار آن برابر واحد می‌باشد. دمای مرجع برای محاسبه تمام جملات آنتالپی، در T_{ref} نظر گرفته شده است. همچنین ضریب گسیل ϵ برابر $0/9$ می‌باشد. روش تعیین h_u به صورت زیر است [۱۸]:

$$h_u = \int_{T_{ref}}^{T_w} C_p dT = C_\infty (\sqrt{T_w^2 + D^2} - \sqrt{T_{ref}^2 + D^2}) \quad (7)$$

در رابطه بالا، مقادیر T_{ref} ، D و C_∞ به ترتیب 300 K ، 800 K و 2300 J/kg.K می‌باشد.

۳- مدل‌سازی پدیده فداشوندگی:

کدهای کامپیوتری ACE (Aerotherm Chemical Equilibrium Surface Thermo-) یا EST (Equilibrium chemistry) به طور وسیعی در محاسبه نرخ فداشوندگی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این کدها بر اساس انطباق منحنی، بر داده- های ترمودینامیکی کار می‌کنند. برای پدیده فداشوندگی کربن- کربن و کربن- فنلیک در هوا (هوا با درصد جرمی $23/2\%$ اکسیژن و $76/8\%$ نیتروژن) داده‌های استاندارد ترمودینامیکی، ترکیبی از داده‌های جدول JANAF و داده‌های جدول C/H، Bauer و Duff می‌باشد. این داده‌ها شامل 88 نوع گازی C-H- N-O به اضافه کربن جامد می‌باشد. برای کاربرد کدهای ACE/EST در سیستم‌های باز مثل سطح ماده فداشونده و لایه مرزی مجاور آن، فشار سیستم باز (سیستم شامل مخلوط گاز و شار جرمی عبوری از لایه مرزی) به عنوان ورودی کد مورد استفاده قرار می‌گیرد. سپس کد ACE/EST با موازنه اجزای تشکیل دهنده، دما و آنتالپی مخلوط گاز را محاسبه میکند است [۱۷و۱۸].

باید توجه شود f_{ir} برای نرخ واکنش کم تقریباً برابر صفر و برای نرخ واکنش زیاد برابر با یک است. همچنین با استفاده f_{ir} آنتالپی گاز در دیواره به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} h_w &= f_{ir} h_{w,eq} + (1 - f_{ir}) h_{w0} \\ h_{w0} &= \int_{T_{ref}}^{T_w} C_{p0} dT \end{aligned} \quad (13)$$

در رابطه فوق $C_{p0} = C_0 + D_0 T$ ، ظرفیت حرارتی ویژه هوا است که در آن: $C_0 = 0.979 \text{ J/g.K}$ و $D_0 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ J/K}^2$ می باشد. بدین ترتیب تمام پارامترهای لازم برای موازنه انرژی تعیین شده اند.

در یک گام زمانی مشخص P ، h_r و \dot{q}_{cw} و ϕ_{HAL} از حل گرمایش آیرودینامیکی مشخص هستند و با استفاده از آنها g_{h0} با رابطه $g_{h0} = \left(\frac{q_{cw}}{h_r}\right) \phi_{HAL}$ قابل محاسبه است. بایک حدس اولیه برای T_w و نیز با استفاده از مقادیر \dot{m}_{ab}^0 و \dot{m}_{gw}^0 از گام زمانی قبل محاسبه آغاز می شود.

محاسبات مربوط به ماده فداشونده به تخمینی برای B'_g (به عنوان مثال $\hat{B}'_0 = (\dot{m}_{gw}^0 + \dot{m}_{gab}^0) g_{h0}$) نیاز دارد، بعد از رابطه (۶) محاسبه می شود و در آخر

$$B'_c = \dot{m}_{gw} / (g_{h0} \phi_{blow})$$

و $h_{w,eq}$ که طبق روابط (۸) و (۹) توابعی از T_w و P هستند محاسبه می شوند. باید توجه داشت که محاسبه \hat{B}'_g برای هر دو مورد گازهای پیرولیز خنثی و گازهای پیرولیز واکنش پذیر لازم است. ابتدا $B'_{eq} = B'_{c,eq} + \hat{B}'_g$ محاسبه می شود سپس مقدار $\phi_{blow,eq} = \ln(1 + a B'_{eq}) / (a B'_{eq})$ به دست می آید و سرانجام $\dot{m}_{eq} = g_{h0} \phi_{blow,eq} B'_{c,eq}$ محاسبه می شود، البته در مورد مواد فداشونده غیرزغالی همیشه $B'_g = \hat{B}'_g = 0$ است. سپس روابط (۱۰) الی (۱۳) به صورت همزمان با روابط مربوط به نرخ واکنش به روش تکرار حل می شود و مقدار نهایی \dot{m}_{ab} و h_w برای این

الگوی فوق واکنش تعادلی فداشوندگی گرافیت و کربن-کربن را در هوا توصیف می کند. اگر گاز پیرولیز خنثی فرض شود، برای کربن-فلنیک این الگو نیز قابل استفاده است. در برخی موارد واکنش با کربن در سطح، فداشوندگی باعث ایجاد تغییر در منحنی های B'_c و h_w می شود. گرچه با فرض گاز خنثی، اثرات B'_g در مقایسه با B'_c ناچیز است، اما به دلیل اینکه ظاهر شدن B'_g در روابط (۵) و (۶) دارای ضریب تصحیح دم، gh ، می باشد، نقش مهمی در موازنه انرژی و نرخ فداشوندگی ($\dot{m}_{ab} = B'_c g_h$) دارد.

در محدوده دماهای پایین واکنش ها غیر تعادلی هستند. روابط مختلفی برای تعیین نرخ اکسیداسیون مواد کربنی پیشنهاد شده که به عنوان مثال به رابطه ذیل اشاره نمود:

$$\dot{m}_R = a_R (X_{O_2} P^*)^{0.5} \exp[-E_R / (R T_w)] \quad (10)$$

در رابطه بالا $a_R = 4.71 \times 10^5 \text{ g/cm}^2 \cdot \text{S}$ ، کسر مولی اکسیژن در هوا، $X_{O_2} = 0.21$ و $E_R = 44 \times 10^3 \text{ cal/mol}$ می باشد [۱۸].

در مرجع [۱۸] برای محاسبه نرخ فداشوندگی رابطه زیر ارائه شده است:

$$\frac{1}{\dot{m}_{ab}^2} = \frac{1}{\dot{m}_R^2} + \frac{1}{\dot{m}_{eq}^2} \quad (11)$$

که در این رابطه \dot{m}_{eq} با استفاده از $B'_{c,eq}$ حاصل می شود. باید توجه کرد که عبارت اصلی در طرف راست رابطه فوق برای مقادیر کوچک \dot{m} می باشد بنابراین واکنش های تعادلی با نرخ واکنش بسیار سریع غالب هستند. با معرفی ضریب انتقال f_{ir} رابطه فوق به صورت زیر بیان می شود:

$$\dot{m}_{ab} = \dot{m}_{eq} f_{ir} \quad \text{و} \quad f_{ir} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\dot{m}_{eq}}{\dot{m}_R}\right)^2}} \quad (12)$$

باتوجه به اینکه تمام توابع F_i ها برابر با صفراند بنابراین دیفرانسیل این توابع نیز صفر می‌باشند، که می‌توان آنها را با روابط ذیل بیان نمود:

$$\begin{cases} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \Delta x_n + F_1 = 0 \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \Delta x_n + F_2 = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F_n}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \Delta x_n + F_n = 0 \end{cases} \quad (15)$$

از حل دستگاه فوق Δx_i ها محاسبه می‌شوند که پس از تعیین آنها، مقادیر جدید x_i ها از روابط ذیل مشخص می‌شوند:

$$x_i^{k+1} = x_i^k + \Delta x_i^k \quad (16)$$

در رابطه فوق بالانویس $k+1$ معرف مرحله جدید و بالانویس k معرف مرحله قبلی می‌باشد. روش ارائه‌شده یک روش مبتنی بر تکرار است که تا همگرایی کامل ادامه می‌یابد.

۵- گسسته‌سازی معادلات حاکم

با توجه به رابطه (۱) شکل گسسته‌شده معادله انرژی، پس از انتقال همه عبارات به طرف چپ معادله به شکل زیر خواهد بود:

$$F_i = k_{i+1} \left[\frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{(\Delta z^n)^2} \right] - k_i \left[\frac{T_i^n - T_{i-1}^n}{(\Delta z^n)^2} \right] + \rho C_{pi} \dot{S}^n \left[\frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{(\Delta z^n)} \right] - \rho C_{pi} \left[\frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{(\Delta t)} \right] = 0 \quad (17)$$

در رابطه بالا k_i و C_{pi} توابعی از دما (T_i) هستند. با تغییر i از ۲ تا $NZ-1$ و با استفاده از روش نیوتن-رافسون یک دستگاه معادله قطری برای تعیین ΔT_i ها به صورت ذیل حاصل می‌شود:

مقدار T_w به دست می‌آید. با استفاده از مقدار جدید \dot{m}_{ab} از رابطه (۶) ضریب دمش در مرحله جدید حاصل که با جایگزینی در رابطه (۴) مقدار شار حرارتی خالص تعیین می‌شود.

۴- روش حل عددی

برای حل رابطه (۱) عبارات مشتقات جزئی با تقریب تفاضل محدود جایگزین می‌شوند، سپس با توجه به ماهیت غیرخطی معادلات حاکم از روش نیوتن-رافسون به همراه الگوریتم TDMA (الگوریتم توماس) برای حل دستگاه معادلات جبری حاصل استفاده می‌شود. استفاده از روش نیوتن-رافسون در حل معادلات حاکم از مزایای روش حل عددی ارائه شده، محسوب می‌شود زیرا این روش بسیار ساده بوده و به راحتی قابل تعمیم به مسائل پیچیده‌تر می‌باشد. در روش نیوتن-رافسون؛ پیچیدگی معادله غیرخطی، مطرح نیست زیرا تنها با مشتق‌گیری نسبت به هریک از متغیرهای مستقل، ضرایب ساختاری دستگاه معادله حاکم به دست می‌آید، دستگاه معادله ایجاد شده، یک دستگاه معادله خطی نسبت به مقدار تغییرات هریک از متغیرهای مستقل (در اینجا ΔT) می‌باشد. به علاوه خاصیت مهم دستگاه معادله حاصل، ماهیت سه قطری آن است که با استفاده از الگوریتم TDMA قابل حل است و باحل آن می‌توان مقدار تغییرات هریک از متغیرهای مستقل را در هر تکرار بدست آورد و با افزودن مقدار تغییرات هر متغیر، به مقدار قبلی، مقدار متغیر جدید در ضرایب دستگاه معادله حاکم ظاهر می‌شود. سپس دستگاه معادله جدید دوباره با روش TDMA حل می‌شود، که این روش تا همگرایی کامل ادامه می‌یابد. در حالت کلی یک دستگاه معادله غیر خطی به صورت زیر فرض می‌شود:

$$\begin{cases} F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots \\ F_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$A_{NZ} = \frac{\partial F_{NZ}}{\partial T_{NZ-1}^n} = \frac{k_{NZ-1}}{(\Delta z^n)^2} - \frac{\partial k_{NZ}}{\partial T} \frac{T_{NZ}^n - T_{NZ-1}^n}{(\Delta z^n)^2} - \frac{\rho_{NZ} C_{p,NZ} \dot{S}^n}{\Delta z^n} \quad (29)$$

$$B_{NZ} = \frac{\partial F_{NZ}}{\partial T_{NZ}^n} = -\frac{k_{NZ-1}}{(\Delta z^n)^2} - \frac{\rho_{NZ} C_{p,NZ}}{\Delta t} + \frac{\rho C_{p,NZ} \dot{S}^n}{\Delta z^n} + \rho_{NZ} \frac{\partial C_{p,NZ}}{\partial T} \dot{S}^n \frac{T_{NZ}^n - T_{NZ-1}^n}{\Delta z^n} - \rho_{NZ} \frac{\partial C_{p,NZ}}{\partial T} \frac{T_{NZ}^n - T_{NZ-1}^n}{\Delta t} \quad (30)$$

$$C_{NZ} = 0 \quad (31)$$

$$D_{NZ} = -F_{NZ} \quad (32)$$

۶- نتایج

به منظور بررسی صحت عملکرد روش عددی در حل معادلات حاکم، ابتدا معادله انتقال حرارت غیرخطی یک بعدی ساده تر در شرایطی که خواص ماده تابعی از دما می باشد به صورت زیر حل شده، سپس نتایج به مسائل پیچیده تر تعمیم داده شده است. در این تحلیل، ظرفیت گرمایی ویژه و نیز ضریب هدایت حرارتی ماده به صورت توابعی از دما ولی چگالی آن ثابت در نظر گرفته شده اند. معادلات حاکم، شرایط اولیه و شرایط مرزی برای این مساله به صورت ذیل بیان می شوند:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} & \text{for } 0 \leq z \leq L \\ -k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \dot{q}'' \\ -k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0 \\ T(z, t=0) = T_0 \end{cases} \quad (33)$$

تغییرات ضرایب هدایت حرارتی و گرمای ویژه بر حسب دما خطی فرض شده و با توابع ذیل تعریف می شوند:

$$k(T) = k_1 + (k_2 - k_1) \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \quad (34)$$

$$A_i \Delta T_{i-1}^n + B_i \Delta T_i^n + C_i \Delta T_{i+1}^n = D_i \quad (18)$$

در رابطه فوق بالانویس n معرف گام زمانی جدید و بالانویس n-1 معرف گام زمانی قبلی می باشد. ضرایب A_i, B_i, C_i, D_i صورت زیر محاسبه می شوند:

$$A_i = \frac{\partial F_i}{\partial T_{i-1}^n} = \frac{k_i}{(\Delta z^n)^2} \quad (19)$$

$$B_i = \frac{\partial F_i}{\partial T_i^n} = -\left[\frac{k_i}{(\Delta z^n)^2} + \frac{k_{i+1}}{(\Delta z^n)^2} + \frac{\rho_i C_{pi}}{\Delta t} \right] - \frac{\partial k_i}{\partial T} \frac{T_i^n}{(\Delta z^n)^2} + \frac{\partial k_i}{\partial T} \frac{T_{i-1}^n}{(\Delta z^n)^2} - \rho_i \frac{\partial C_{pi}}{\partial T} \frac{T_i^n}{\Delta t} + \rho_i \frac{\partial C_{pi}}{\partial T} \dot{S}^n \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{\Delta z^n} - \frac{\rho_i C_{pi} \dot{S}^n}{\Delta z^n} \quad (20)$$

$$C_i = \frac{\partial F_i}{\partial T_{i+1}^n} = \frac{k_{i+1}}{(\Delta z^n)^2} + \frac{\partial k_i}{\partial t} \frac{T_{i+1}^n - T_i^n}{(\Delta z^n)^2} + \frac{\rho_i C_{pi} \dot{S}^n}{\Delta z^n} \quad (21)$$

$$D_i = -F_i \quad (22)$$

به ازای i=1 و i=NZ ضرایب به صورت زیر تعریف می شوند:

$$F_1 = k_2 \frac{T_2^n - T_1^n}{(\Delta z^n)^2} - \rho_1 C_{p1} \frac{T_1^n - T_1^{n-1}}{\Delta t} + \rho_1 C_{p1} \dot{S}^n \frac{T_2^n - T_1^n}{\Delta z^n} + \frac{\dot{q}_{net}}{\Delta z^n} = 0 \quad (23)$$

$$A_1 = 0 \quad (24)$$

$$B_1 = \frac{\partial F_1}{\partial T_1^n} = -\frac{k_2}{(\Delta z^n)^2} - \frac{\rho_1 C_{p1}}{\Delta t} - \rho_1 \frac{\partial C_{p1}}{\partial T} \frac{T_1^n - T_1^{n-1}}{\Delta t} - \frac{\dot{m}_{g1}^n C_{pg}}{\Delta z^n} + \rho_1 \frac{\partial C_{p1}}{\partial T} \dot{S}^n \frac{T_2^n - T_1^n}{\Delta z^n} - \frac{\rho_1 C_{p1} \dot{S}^n}{\Delta z^n} + \frac{1}{\Delta z^n} \frac{\partial \dot{q}_{net}}{\partial T} \quad (25)$$

$$C_1 = \frac{\partial F_1}{\partial T_2^n} = \frac{k_2}{(\Delta z^n)^2} + \frac{\partial k_1}{\partial T} \frac{T_2^n}{(\Delta z^n)^2} - \frac{\partial k_1}{\partial T} \frac{T_1^n}{(\Delta z^n)^2} + \frac{\rho_1 C_{p1} \dot{S}^n}{\Delta z^n} \quad (26)$$

$$D_1 = -F_1 \quad (27)$$

$$F_{NZ} = -k_{NZ-1} \frac{T_{NZ}^n - T_{NZ-1}^n}{(\Delta z^n)^2} - \rho_{NZ} C_{p,NZ} \frac{T_{NZ}^n - T_{NZ-1}^n}{\Delta t} + \rho_{NZ} C_{p,NZ} \dot{S}^n \frac{T_{NZ}^n - T_{NZ-1}^n}{\Delta z^n} = 0 \quad (28)$$

(۳۵)

در جدول (۱) شرایط اولیه و خواص ترموفیزیکی ماده مورد نظر در حل مسئله و در جدول (۲) نیز تغییرات ضرایب هدایت حرارتی و گرمای ویژه برحسب دما ارائه شده‌اند.

در شکل (۲) نتایج حل عددی حاضر با نتایج حل تحلیلی در زمان‌های ۴ و ۴۰ ثانیه مقایسه شده‌اند. همانطوریکه مشاهده می‌شود انطباق مناسبی بین نتایج وجود دارد که حاکی از دقت زیاد روش حل عددی در حل معادلات غیرخطی می‌باشد.

برای تعیین توزیع دمای داخل ماده فداشونده و تعیین پسروری نهایی سطح، در ابتدا لازم است نوع ماده فدا شونده (ماده فداشونده غیر زغالی و نیز ماده فداشونده زغالی) مشخص شود. استفاده از روش نیوتن-رافسون در حل معادلات حاکم از مزایای این کد محسوب می‌شود زیرا فهم این روش بسیار ساده بوده و به راحتی قابل تعمیم به مسائل پیچیده‌تر می‌باشد. به منظور اطمینان از صحت عملکرد برنامه، نتایج حاصل، با نتایج مرجع [۱۸] مقایسه شده‌است. مسئله مورد نظر در این مرجع موشکی است که با سرعت ۶۰۰۰ متر بر ثانیه از ارتفاع ۹۰ کیلومتری سطح آب‌های آزاد وارد جو زمین می‌شود و این فاصله را تا برخورد با زمین در مدت ۳۰ ثانیه می‌پیماید. جنس سپر حرارتی ناحیه سکون این موشک کامپوزیت کربن-کربن و شعاع دماغه آن ۵ سانتیمتر است. مسیر حرکت موشک (سرعت و دانسیته جریان آزاد) با توابع زیر مشخص می‌شوند [۱۸]:

$$u_{\infty} = 6000 \exp(-1.2 t^*) \quad (41)$$

$$t^* = \exp\left(\frac{t-30}{2.2}\right) \quad (42)$$

$$\rho_{\infty} = 1.75 \times 10^{-3} t^* \quad (43)$$

در روابط فوق t ، زمان برحسب ثانیه، u_{∞} ، سرعت جریان آزاد برحسب متر بر ثانیه و ρ_{∞} ، دانسیته جریان آزاد برحسب سانتیمتر مکعب برثانیه است. ورودی‌های کد شامل شارحرارتی دیواره،

$$(36) \quad C_p(T) = C_{p,1} + (C_{p,2} - C_{p,1}) \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} = \frac{k_1}{\rho C_{p,1}} = \frac{k_2}{\rho C_{p,2}}$$

حل تحلیلی این مساله با انتقال زیر صورت می‌گیرد [۱۹]:

$$\theta = \frac{1}{k_{ref}} \int_{T_{ref}}^T k(\hat{T}) d\hat{T} \quad (37)$$

با در نظر گرفتن شرایط نقطه مرجع ($T_1 = T_{ref}$ در $k_1 - k_{ref}$)

از محاسبه انتگرال فوق، θ مطابق رابطه ذیل تعریف می‌شود:

$$\theta = (T - T_1) + \frac{k_2 - k_1}{T_2 - T_1} \frac{1}{2k} (T - T_1)^2 \quad (38)$$

با انتقال معادله انرژی، شرایط مرزی و شرایط اولیه روابط

زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} & \text{for } 0 \leq z \leq L \\ -k_1 \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} = \dot{q}'' \\ -k_1 \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0 \\ \theta(z, t=0) = \theta_0 = \theta(T = T_0) \end{cases} \quad (39)$$

رابطه (۳۹)، کاملاً شبیه معادله انرژی برای ماده با خواص

ثابت می‌باشد که جواب حل تحلیلی آن به صورت زیر است:

$$\frac{\theta(z,t) - \theta_0}{\dot{q}''(L/k)} = \frac{\alpha t}{L^2} + \frac{1}{3} \frac{z}{L} + \left(\frac{z}{L}\right)^2 - \frac{2}{\Pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left(-n^2 \Pi^2 \frac{\alpha t}{L^2}\right) \cos\left(n \Pi \frac{z}{L}\right) \quad (40)$$

فوق این است که با استفاده از الگوریتم TDMA می‌توان مقدار تغییرات، هر یک از متغیرهای مستقل را در هر تکرار بدست آورد و با افزودن مقدار تغییرات هر متغیر به مقدار قبلی، مقدار متغیر جدید در ضرایب دستگاه معادله حاکم ظاهر می‌شود که این روش تا همگرایی کامل ادامه می‌یابد. استفاده از روش نیوتن-رافسون در حل معادلات حاکم از مزایای کد ارائه شده محسوب می‌شود زیرا فهم این روش بسیار ساده بوده و به راحتی قابل تعمیم به مسائل پیچیده تر می‌باشد، به علاوه این روش از دقت مناسبی در حل معادلات غیرخطی برخوردار است و با وجود پراکندگی و کم بودن داده‌های ورودی، انطباق مناسبی بین نتایج ارائه شده و نتایج سایر مراجع مشاهده می‌شود.

۸- مراجع

- [1] Candane, S.R., Balaji, C. and Venkateshan, S.P., (2009), "A Comparison of Quasi One-Dimensional and Two-Dimensional Ablation Models for Subliming Ablators", *Int. J. of Heat transfer engineering*, 30(3):229-236.
- [2] Mazzaracchio, A. and Marchetti, M., (2009), "A Probabilistic Sizing Tool and Monte Carlo Analysis for Entry Vehicle Ablative Thermal Protection Systems", *Acta Astronautica*, 2009.
- [3] Anderson, J.D., (1989), *Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics*, Mc Graw-Hill.
- [4] Amar, A.J., (2006), "Modeling of One-dimensional Ablation with Porous Flow Using Finite Control Volume Procedure", requirements for the Degree of MS., Raleigh.
- [5] Lachaud, J., Aspa, Y. and Vignoles, G.L., (2009), "A Brownian Motion Technique to Simulate Gasification and Its Application to C-C Composite Ablation", *Computational Materials Science*, Vol. 44, pp1034-1041.

انتالپی بازیافت و فشار می‌باشد لذا با روابط مربوط به ناحیه سکون، این کمیت‌ها از داده‌های مسیر محاسبه می‌شوند:

$$q_{cv} = 5 \times 10^{-6} \left(\frac{\rho_o}{R_N} \right)^{0.5} u_o^3 \quad (44)$$

$$h_r = \frac{u_o^2}{2} \quad (45)$$

$$p = \rho_o u_o^2 \quad (46)$$

جرم مخصوص کامپوزیت 1900 kg/m^3 و تغییرات ضریب هدایت حرارتی و گرمای ویژه آن با دما مطابق جدول (۳) می‌باشد.

همانطور که در شکل (۳) ملاحظه می‌شود نتایج ارائه شده انطباق مناسبی را با نتایج مرجع [۱۸] نشان می‌دهد که انطباق نتایج پسروی سطح در مقایسه با نتایج توزیع دمای سطح بیشتر می‌باشد. این موضوع مزیتی برای کد حاضر محسوب می‌شود زیرا خطای محاسبه پسروی سطح حساسیت کمی را نسبت به دمای سطح از خود نشان می‌دهد. به علاوه انطباق نتایج کد حاضر با نتایج روش FD در مقایسه با نتایج روش HBI از مرجع [۱۸] بیشتر است که این مسئله دقت کد حاضر را تأیید می‌کند زیرا روش HBI یک روش بسیار تقریبی است و تنها حسن آن سرعت عملکرد بالا و زمان اجرای بسیار کم می‌باشد.

۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق معادلات حاکم بر ماده فداشونده غیرزغالی، در حالت گذرا با روش عددی حل شده‌است و تاریخچه توزیع دما در فلز پایه و مقدار پسروی سطح محاسبه شده‌است. بدین منظور برای خطی‌سازی معادله انرژی، از روش نیوتن-رافسون استفاده شده‌است، زیرا در این روش پیچیدگی معادله غیرخطی، چندان اهمیتی ندارد و تنها با مشتق‌گیری نسبت به هریک از متغیرهای مستقل، ضرایب ساختاری دستگاه معادله خطی شده جدید حاصل می‌شود. به علاوه از مزایای مهم دستگاه معادله

- [15] Shan Lin, W., (2007), "Quasi-steady Solution for the Ablation of Charring Materials", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, pp. 1196-1201.
- [16] Lachaud, J., Aspa, Y. and Vignoles G.L., (2008), "Analytical Modeling of the Steady-State Ablation of a 3D Composite", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, pp. 2614-2627.
- [17] Potts, R. L., (1990), "Hybrid Integral/Quasi-Steady Solution of Charring Ablation", AIAA Paper 90-1677, June, 1990.
- [18] Potts, R.L., (1995), "Application of Integral Methods to Ablation Charring Erosion", J. of Spacecraft and Rockets Vol. 32, No. 2, March-April, 1995.
- [19] Arpaci, V.S., (1966), "Conduction Heat Transfer", Addison-Wesely, Reading, MA.,
- [6] Fitzer, E. and Manocha, L.M., (1998), "Carbon Reinforcements and C-C Composites", Springer, p. 342.
- [7] Hurwics, H., (1963), "Aerothermochemistry Studies in Ablation: Thermodynamics Analysis section", Research and Advanced Development Division, Avco Corporation, Wilmington, Massachusetts.
- [8] Dalelio, G.F. and Parker, J.A., (1971), "Ablative Plastic", Marcel Dekker, Inc., New York.
- [9] Russell, G.W., (2004), "Analytic Modeling and Experimental validation of in Tumescant Behavior of Charring Heat shield Materials", Technical Report AMR-PS-04-05, Jan., 2004.
- [10] Moyer, C.B. and Rindal, R.A., (1968), "Finite Difference Solution for the In-depth Response of Charring Materials Considering Surface Chemical and Energy Balances", NASA CR-1061, June, 1968.
- [11] Chen, Y.K. and Milos, F.S., (1999), "Ablation and Thermal Analysis Program for Spacecraft Heat Shield Analysis", J. of Spacecraft and Rockets, Vol. 36, No.3, pp 475-48,.
- [12] King, H.C., Muramoto, K.K., Murraray, A.L. and Pronchick, S.W., (1986), "ABRES Shape Change Code (ASCC86): Technical Report and User's Manual", Rept. FR-86-24/ATD, Acurex Crop., Mountain View, CA.
- [13] Hogan, R.E., Blackwell, B.F. and Cochran, R.J., (1996), "Application of Moving Grid Control Volume FEM to Ablation Problems", J. of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 10, No. 2, pp 312-319.
- [14] Laganelli, A.L., Harper, T.P. and Fogaroli, R.P., (1974), "Integral Solution For Thermal Performance of Charring Ablator", AIAA /ASME ThermoPhysics and Heat Transfer Conf., Paper No. 74-698 July, 1974.

جدول (۱): پارامترهای موردنیاز برای حل مساله غیرخطی

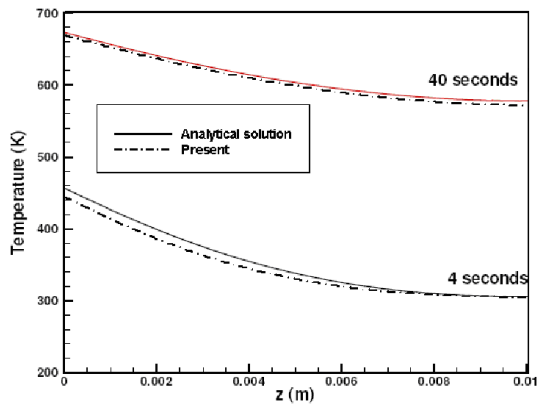
انتقال حرارت گذرای یک‌بعدی

T_0	۳۰۰	K
q	$۷/۵ \times ۱۰^۵$	W/m ²
L	۰/۰۱	m
ρ	۸۰۰۰	kg/m ³
α	$۲/۵ \times ۱۰^{-۶}$	m ² /s

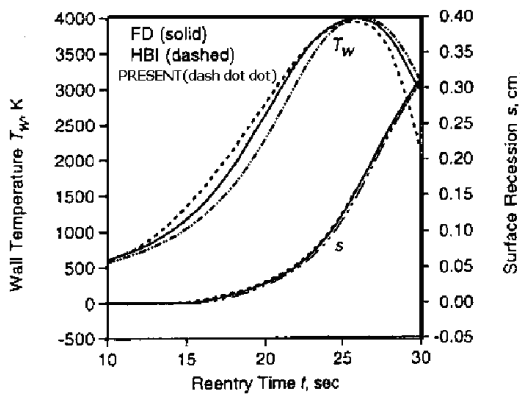
جدول (۲): تغییرات ضریب هدایت حرارتی و گرمای ویژه

برحسب دما

T (K)	K (w/m.k)	C_p (J/kg.k)
۳۰۰	۱۰	۵۰۰
۱۳۰۰	۱۰۰	۵۰۰



شکل (۲): نتایج حل عددی برای پروفیل دما در لحظه زمانی ۴ s و ۴۰ s و مقایسه آن با حل تحلیلی

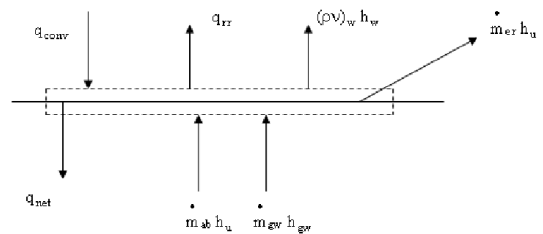


شکل (۳): نتایج حل عددی برای پروفیل توزیع دمای دیواره و نرخ پسروی سطح و مقایسه آن با نتایج عددی FD و HBI [۱۸]

جدول (۳): تغییرات خواص ترموفیزیکی کامپوزیت کربن-کربن

با دما

T (K)	K (w/m.k)	CP (J/kg.k)
۳۰۰	۱۲۳/۶	۰/۷۲
۴۰۰	۱۱۶/۵	۰/۹۹
۶۰۰	۱۰۲/۸	۱/۴۱
۸۰۰	۹۰/۶	۱/۶۵
۱۰۰۰	۸۰/۴	۱/۷۹
۱۲۰۰	۷۱/۶	۱/۸۹
۱۴۰۰	۶۴/۹	۱/۹۵
۱۶۰۰	۵۹/۸	۲/۰۴
۱۸۰۰	۵۷/۰	۲/۰۷
۲۰۰۰	۵۵/۱	۲/۱۰
۲۲۰۰	۵۳/۸	۲/۱۳
۲۴۰۰	۵۳/۱	۲/۱۶
۵۰۰۰	۵۰/۰	۲/۲۳



شکل (۱): طرحواره مدل تجزیه ترموشیمیایی ماده فداشونده