فصلنامه

مهندسی مکانیک و ارتعاشات

jvibme.semnaniau.ac.ir



# تحلیل انتقال حرارت درون محفظه با هندسه مختلف حاوی نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی با وجود تولید/جذب حرارت به روش شبکه بولتزمن محمد نعمتی<sup>(\*</sup>، رامین جهانگیری<sup>۲</sup>، مرتضی خلیلیان<sup>۲</sup>

۱ - دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲- دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

۳- دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

\* یزد، ۳۱۹۵ – mohammadnemati@stu.yazd.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
جریان سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی در خنککاری سیستمهای الکترونیکی، رآکتورهای هستهای و پدیدههای فیزیکی	مقاله پژوهشی کامل
مثل زمینشناسی مطرح است. در کار حاضر اثر میدان مغناطیسی بر میدان جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال	دریافت: ۲۶ مهر ۱۳۹۸
آب-مس با لحاظ اثر حرکت براونی نانوذرات با وجود تولید/جذب حرارت در محفظه با هندسههای مختلف به روش شبکه	پذیرش: ۲۸ بهمن ۱۳۹۸
بولتزمن برسی شده است. دیواره عمودی سمت چپ محفظه در دو حالت گرمایش دما ثابت و گرمایش بصورت دما خطی و	ارائه در سایت: ۲۰ اسفند ۱۳۹۸
دیواره سرد محفظه در سه شکل مختلف (الف) مورب، (ب) منحنی و (ج) صاف بررسی شده است. تأثیر پارامترهایی از قبیل	كليدواژگان
عدد هارتمن، کسر حجمی نانوذرات، ضریب تولید/جذب حرارت، شکل دیواره سرد و نوع گرمایش دیواره بر ماهیت جریان و	تغيير شكل ديواره
انتقال حرارت ارزیابی شده است. نتایج نشان میدهد که در تمامی حالات، افزایش قدرت میدان مغناطیسی و ضریب	توليد/جذب حرارت
تولید/جذب حرارت سبب کاهش عدد ناسلت متوسط میشود که اثر عدد هارتمن در حالات مختلف، متفاوت است. همچنین	جابجايي طبيعي
بیشترین میزان انتقال حرارت مربوط به حالتی است که گرمایش دما ثابت وجود داشته باشد. بعلاوه اثر میدان مغناطیسی	روش شبكه بولتزمن
زمانی که دیواره سرد به شکل صاف است، بیشتر از حالات دیگر است. اثر افزودن نانوذرات به سیال پایه در کاهش  و یا	ميدان مغناطيسي
افزاييش عدد ناسلت متوسط به مقدار عدد هارتمن و ضريب توليد/جذب حرارت وابسته است.	نانوسيال

## Analysis of heat transfer in the cavity with different shapes filled nanofluid in the presence of magnetic field with heat generation/absorption using LBM

#### Mohammad Nemati<sup>1\*</sup>, Ramin Jahangiri<sup>2</sup>, Morteza Khalilian<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Yzad University, Yazd, Iran.

2,3- Faculty of Engineering, Department of Mechanical Engineering, Urmia University, Urmia, Iran.

\* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, <u>mohammadnemati@stu.yazd.ac.ir</u>

Article Information Received 18 October 2019 Accepted 17 February 2020 Available Online 10 March 2020 Keywords Variation of wall shape Heat generation/absorption Natural convection LBM Magnetic field

Nanofluid

### ABSTRACT

In the present work, natural convection heat transfer in a two-dimensional enclosure with different shapes filled cu-water nanofluid with heat generating/absorbing in the presence of a magnetic field is simulated by lattice Boltzmann method (LBM). The left vertical wall of the enclosure is examined in two modes: constant temperature heating and linear temperature heating and the cold wall of the enclosure in three different forms (a) diagonal, (b) curved and (c) smooth. The effect of parameters such as Hartmann number, nanoparticle volume concentration, heat generation/absorption coefficient, cold wall shape and type of wall heating on the nature of flow and heat transfer is evaluated. The results show that in all cases, increasing the Hartmann number. The effect of Hartmann number in different states is different. The highest heat transfer also occurs when the vertical wall has a constant temperature. The effect of the magnetic field is greater when the cold wall is smooth. The effect of adding nanoparticles to the base fluid on decreasing or increasing the average Nusselt number depends on the Hartmann number and heat generation/absorption coefficient.

#### Please cite this article using:

#### برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Mohammad Nemati, Ramin Jahangiri, Morteza Khalilian Analysis of heat transfer in the cavity with different shapes filled nanofluid in the presence of magnetic field with heat generation/absorption using LBM, *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, Vol. 10, No. 4, pp. 51-62, 2020 (In Persian)

#### ۱– مقدمه

رشد روز افزون صنعت، بهبود پارامترهای انتقال حرارت را به منظور خنککاری بهتر و بیشتر، ضروری ساخته است. امروزه صنعت، توانایی تولید تجهیزات را با تراکمی بالا از تراشههای کامپیوتری دارد. این دستگاهها اغلب به دلیل تولید گرمای زیاد در سطحی کوچک، نیازمند روشهای نوینی برای خنککاری هستند. در سالیان اخیر، نانوسیالات که دارای ضریب رسانایی حرارتی بیشتری نسبت به سیالات معمولی میباشند، بیشتر مورد توجه بودهاند. رسانایی حرارتی بیشتر نانوذرات نسبت به سیال پایه که اغلب فلزی و یا در مواردی غیرفلزی مثل نانولوله-های کربنی هستند، سبب بیشتر شدن رسانایی حرارتی نانوسيالات مي شود [1]. انتقال حرارت جابجايي طبيعي به دليل کاربرد آسان، صدای کم و حذف اجزای متحرک مانند فن، همیشه مورد توجه محققین و مهندسان در بخشهای مختلف صنعت چون سیستمهای مهندسی و ژئوفیزیک بوده است. از آنجایی که در سیستمهای انتقال حرارت جابجایی طبیعی، حرکت سیال در اثر اختلاف دما و یا غلظت به وجود می آید، این حرکت ضعیف بوده و در نتیجه طراحی شکل هندسی میتواند بر انتقال حرارت اثر گذار باشد. بنابراین طراحی سیستمهایی مبتنی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی بسیار کاربردی و چالش برانگیز است؛ چرا که در مواردی همچون کلکتورهای خورشیدی و تهویه مطبوع ساختمانها کاربرد دارد. نانوسیال تحت اثر میدان مغناطیسی، دارای این خصوصیت است که خواص مغناطیسی و سیال بودن را همزمان دارد. جریان سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی در خنککاری سیستمهای الکترونیکی، رآکتورهای هستهای، پدیدههای فیزیکی مانند پدیدههای زمین-شناسی و جریانهای اتمسفری مطرح میباشد [۲]. برای مثال، وجود جریان های جابجایی در صنعت ریخته گری، باعث پدیدارشدن یک ساختار غیرهمگن و درشتدانه در قطعه می-شود. یکی از روشهایی که برای رفع این مشکل مورد توجه قرار گرفته است، بهرهگیری از هیدرودینامیک مغناطیسی برای كاهش جابجايي طبيعي درون محفظه است. البته گاهي كاهش جریان های جابجایی در اثر وجود میدان مغناطیسی سبب کم شدن مقدار انتقال حرارت می شود که مطلوب نیست. نمونه این پدیده می تواند برای یک قطعه الکترونیکی که تحت تأثیر میدان مغناطیسی است و توسط سیالی خنک شود، روی دهد. در این زمینه تحقیقات فراوانی به صورت عددی، آزمایشگاهی و تحلیلی صورت گرفته است. طیبی و همکاران [۳] انتقال حرارت

جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مربعی با گرمکن دایروی را تحت میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار دادند. ژانگ و همکاران [۴] اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال درون محفظه متمایل را به روش زمان آسایش چندگانه شبکه بولتزمن ارزیابی کردند. گاراندت و همکاران [۵] روشی تحلیلی را برای مطالعه تاثیر میدان مغناطیسی بر جابجایی طبیعی درون یک محفظه دوبعدی ارائه دادند. سجادی و همکاران [۶] براساس مدل زمان آسایش چندگانه به روش شبکه بولتزمن، اثر میدان مغناطیسی را بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظهای سه بعدی را بررسی کردند. نتیجه مطالعه محبی و همکاران [۷] بر روی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال درون محفظه U شکل نشان داد که افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب سرکوب جریان و کاهش سرعت و نرخ انتقال حرارت می شود. تولید/جذب گرما نقش بسیار مهمی در پدیدههای مختلفی چون انرژی هستهای و مدلسازی احتراق دارد. از جمله روشهایی که محققین در تقویت عملکرد حرارتی سیستمهای انرژی به کار گرفتهاند، انتقال حرارت در محفظه تحت اثر ميدان مغناطيسي با توليد/جذب حرارت است. از جمله این مطالعات می توان به مطالعه جامی و همکاران [۸]، ملکی و همکاران [۹] و محمودی و همکاران [10] اشاره نمود. عباسی و همکاران [11] انتقال حرارت جابجايي آزاد نانوسيال تحت اثر ميدان مغناطيسي درون محفظه مربعی با دیواره دارای توزیع دمای خطی با تولید/جذب حرارت را بررسی کردند. نتایج نشان داد افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب کاهش میزان سرعت و انتقال حرارت شده و تغییرات ضریب تولید/جذب حرارت تأثیر چشمگیری بر شکل جریان و انتقال حرارت دارد به نحوی که افزایش ضریب توليد/جذب حرارت سبب افزايش بيشينه مقدار تابع جريان مي-شود. یکی از نکات قابل تأمل در مطالغات مربوط به جابجایی نانوسیالات، عدم همخوانی بین نتایج تجربی و کارهای عددی [17] است. شاید یکی از دلایل این اختلاف، عدم منظور داشتن برخی پدیدهها از جمله تأثیر حرکت براونی بر ضریب انتقال حرارت جابجایی است. حرکت براونی نانوذرات در نانوسیالات در واقع حرمت تصادفی و پیوسته آنها در سیال است. مولکولهای سیال مدام بر نانوذرات ضربه وارد کرده و آنها را درون سیال پراکنده میکند [۱۳]. در مقاله حاضر اثر این پدیده بر ضریب رسایی حرارتی نانوسیال در نظر گرفته شده است. پیشرفت فناوری و نیاز به نصب قطعات الکترونیکی در فضای محدود

سبب شده است که مساله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظههای شکلدار (غیر مربعی) مهم و ضروری تلقی شود [۱۴]. در بیشتر مطالعات اخیر، محفظههای مربعی و مستطیلی به دلایل مختلف از جمله سادگی میدان محاسباتی، بیشتر متوجه بودهاند. از محفظههای شکل دار در میکروکانال ها، صنعت ریخته گری و قرارگیری یک قطعه الکترونیکی در فضاهای ناخواسته استفاده می شود. در سال های اخیر روش شبکه بولتزمن در تحلیل جریان سیال به عنوان راه کارآمد جایگزین برای روشهای مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی، رشد چشمگیری داشته است. مزیت این روش در مقایسه با سایر روشهای مرسوم، سهولت در اعمال شرایط مرزی، محاسبات سادهتر و قابلیت موازی شدن است که برای حل مسائلی با هندسه پیچیده دارای کاربرد فراوانی است [۱۵]. با توجه به مطالعات صورت گرفته، ملاحظه می شود تاکنون میدان جریان و انتقال حرارت نانوسیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی با وجود تولید/جذب حرارت در محفظه شکلدار مورد بررسی در کار حاضر، مطالعه نشده است.

۲- بیان و نحوه حل مسأله

مطابق شکل ۱ که هندسه مسأله را نشان میدهد، نقطـه A بـه سه طریق به نقطه B متصل میشـود: (الف)دیـواره مـورب، (ب) دیواره منحنی و (ج) دیواره صاف. ارتفاع محفظـه دو برابـر طـول محفظه است. بجز دیواره BA در دو حالت گرمایش دما ثابت و گرمایش دما خطی بررسی میشود، سایر دیوارهها در دمای ثابت سرد قرار دارند. میدان مغناطیسی از چپ به راست و عمـود بـر نیروی جاذبه به محفظه اعمال میشود.



هدف بررسی تأثیر ضریب تولید/جذب حرارت (۱۰-، ۵-، ۰، ۵+ و ۱۰+)، عدد هارتمن (۱۰، ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰)، نوع گرمایش دیواره عمودی محفظه، کسر حجمیهای ۱۰، ۲۰/۰ و ۱۰۶/۰۶ شکل دیواره سرد محفظه بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی است. در کار حاضر عدد <sup>۵</sup> ۱۰ در نظر گرفته شده است. فرضیاتی که در این شبیهسازی لحاظ شدهاند به شرح زیر است: ۱- جریان دو بعدی و آرام است، ۲- رژیم جریان غیر قابل تراکم است، ۳- سیال نیوتنی است، ۴- انتقال حرارت تشعشعی و اتلاف لزجی ناچیز است و ۵- از تقریب بوزینسک استفاده شده است.

در کار حاضر از دو تابع توزیع برای میدان جریان و دما استفاده شده است که معادلات پیوستگی، مومنتوم ناویراستوکس و انرژی را در مقیاس ماکروسکوپیک ارضا میکنند و برای هر دو میدان آرایش شبکه D2Q9 به کار گرفته شده است. در شکل ۲ آرایش این نوع شبکه نشان داده شده است. جزئیات این آرایش شبکه و مزیتهای آن در مراجع مختلف ذکر شده است [۱۶].



**شکل ۲** بردارهای سرعت گسسته شده مدل D2Q9

معادله شبکه بولتزمن با استفاده از تقریب بی-جی-کی [۱۷] با وجود نیروی خارجی برای میدان جریان و دما به ترتیب به صورت روابط (۱) و (۲) بیان میشوند. تابع توزیع تعادلی در مدل D2Q9 برای میدان جریان و دما به ترتیب به صورت روابط (۳) و (۴) و کمیات ماکروسکوپیک به صورت روابط (۵) بیان میشوند. ضرایب وزنی و سرعتهای گسسته به صورت روابط (۶) میشوند. تأثیر نیروی شناوری و نیروی مغناطیسی به صورت عبارت چشمه طبق رابطه (۸) وارد رابطه (۱) میشود. زمان آسایش مربوط به میدان جریان و دما طبق رابطه (۹) و متغیرهای بی بعدی که در معادلات و ارائه نتایج مورد استفاده قرار گرفتهاند به صورت رابطه (۱۰) است. ضریب هدایت نعمتی و همکاران

$$Ra = \sqrt{\frac{\beta \mathbf{g}(T_{h} - T_{c})H^{3}}{\alpha \nu}}$$
$$\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_{f}} = 1 + \frac{3(\frac{\sigma_{p}}{\sigma_{f}} - 1)\phi}{\left(\frac{\sigma_{p}}{\sigma_{f}} + 2\right) - \left(\frac{\sigma_{p}}{\sigma_{f}} - 1\right)\phi}$$
(11)

$$\rho_{\rm nf} = (1 - \phi)\rho_{\rm f} + \phi\rho_{\rm p} \tag{17}$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_p \tag{17}$$

$$(\rho\beta)_{\rm nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_{\rm f} + \varphi(\rho\beta)_{\rm p} \tag{14}$$

$$\alpha_{\rm nf} = \frac{k_{\rm nf}}{(\rho C_{\rm p})_{\rm nf}} \tag{10}$$

$$\mu_{\rm nf} = \mu_{\rm f} (1 - \phi)^{-2.5} \tag{19}$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + \frac{k_p}{k_f} (1 + cPe) \left\{ \frac{d_f}{d_p} \frac{\phi}{1 - \phi} \right\}$$
(1V)

$$Pe = \frac{u_p d_p}{\alpha_f}$$
(1A)

$$u_{p} = \frac{2K_{B}I}{\pi\mu_{f}d_{p}^{2}}$$
(19)

$$Nu = \frac{1}{2H} \int_{0}^{1} -\frac{k_{nf}}{k_{f}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)_{X=0} dY$$
 (7.)

به منظور اطمینان از صحت عملکرد کد حاضر در بازه رژیم غیر قابل تراکم، مشخصه سرعت جریان برای جابجایی طبیعی باید بسیار کوچکتر از سرعت صوت در سیال باشد. در کار حاضر، سرعت مشخصه برابر ۰/۱ سرعت صوت در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است با ثابت بودن اعداد رایلی، پرانتل و ماخ، لزجت سینماتیکی طبق رابطه (۲۱) محاسبه میشود. (۲۱)  $v_f = \sqrt{Pr/Ra} MaC_s H$ (۲۱) جهت مدل نمودن شرایط مرزی سرعت برای دیوارههای صاف، از روش کمانه کردن استفاده میشود [۱۶]. به عنوان نمونه برای دیواره عمودی سمت چپ محفظه، در مورد شرایط مرزی سرعت و دما، رابطه (۲۲) برقرار است:

الکتریکی نانوسیال، چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حرارتی، ضریب پخش حرارت، لزجت نانوسیال و ضریب هدایت حرارتی به ترتیب طبق روابط (۱۱) تا (۱۷) به دست میآیند [۱]. با در نظر گرفتن تأثیر حرکت براونی، مقدار ضریب هدایت حرارتی نانوسیال بیش از حالتی است که که این اثر در نظر گرفته نمی شود. رابطه (۱۷) برای نانوسیالات حاوی نانوذرات کروی با کسر حجمی بین ۱ تا ۸ درصد است و سیال پایه می تواند اتیلن گلیکول یا آب باشد [۱۳]. در این رابطه ۳۶۰۰۰ و و اله و dp به ترتیب قطر مولکول های آب و نانوذرات مس است. خواص ترموفیزیکی نانوذرات و سیال پایه در جدول ۱ ارائه شده است. عدد ناسلت یکی از مهمترین اعداد بی بعد در تعیین میزان انتقال حرارت است. این مقدار به صورت متوسط، بر روی دیواره انتقال حرارت رابطه (۲۰) تعریف می شود.

$$\begin{split} f_{i}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_{i}\Delta t. t + \Delta t) &= f_{i}(\mathbf{x}. t) - \frac{\Delta t}{\tau_{v}} [ \left( f_{i}(\mathbf{x}. t) - \right. \\ & \left. f_{i}^{eq}(\mathbf{x}. t) \right] + \Delta t \mathbf{c}_{i} \mathbf{F}_{i} \end{split} \tag{1}$$

$$g_{i}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_{i}\Delta t. t + \Delta t) = g_{i}(\mathbf{x}. t) - \frac{\Delta t}{\tau_{c}} [(g_{i}(\mathbf{x}. t) - g_{i}^{eq}(\mathbf{x}. t)] + (\frac{Q}{\rho C_{n}})_{nf}(T - T_{c})$$
(Y)

$$f_i^{eq} = \omega_i \left[1 + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})}{c_s^2} - \frac{1}{2c_s^2}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + \frac{1}{2}\frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{c_s^4}\right] \quad (\texttt{``)}$$

$$\mathbf{g}_{i}^{\text{eq}} = \omega_{i} T \left[ 1 + \frac{(\mathbf{c}_{i} \cdot \mathbf{u})}{c_{s}^{2}} \right]$$
(<sup>¢</sup>)

$$\begin{split} \rho &= \sum_{i} f_{i} \cdot \rho \mathbf{u} = \sum_{i} \mathbf{c}_{i} f_{i} \cdot \mathbf{T} = \sum_{i} g_{i} \\ \omega_{0} &= \frac{4}{\alpha} \cdot \omega_{i} = \frac{1}{\alpha} \cdot i = 1.2.3.4. \end{split}$$

$$\omega_{i} = \frac{1}{36} \cdot i = 1.2.3.4 \tag{(8)}$$

$$\begin{split} c_0 &= 0. \\ c_i &= \{\cos[(i-1)\pi/2]. \sin[(i-1)\pi/2]\} \\ i &= 1.2.3.4. \\ c_i &= \sqrt{2} \begin{cases} \cos[(i-5)\pi/2 + \pi/4]. \\ \sin[(i-5)\pi/2 + \pi/4] \end{cases} \\ i &= 5.6.7.8 \\ F_i &= F_i. \end{split}$$

$$F_{y} = -3\omega_{i}\rho v \operatorname{Ha}^{2}\mu/\operatorname{H}^{2} + 3\omega_{i} \mathbf{g} \rho\beta\theta \qquad (\Lambda)$$

$$\tau_{\rm v} = \frac{v}{c_s^2 \Delta t} + 0.5 \cdot \tau_{\rm c} = \frac{\alpha}{c_s^2 \Delta t} + 0.5 \tag{9}$$

$$X = \frac{x}{H} \cdot Y = \frac{y}{H} \cdot U = \frac{uH}{\alpha_{f}} \cdot V = \frac{vH}{\alpha_{f}}$$
$$Ha = B_{o}H \sqrt{\frac{\sigma_{f}}{\mu_{f}}} \cdot \theta = \frac{T - T_{c}}{T_{h} - T_{c}} \cdot Pr = \frac{v}{\alpha}$$
(1.)

مجله مهندسی مکانیک و ارتعاشات، زمستان ۱۳۹۸، دوره ۱۰، شماره ۴

در مجاورت مرز منحنی قرار دارد. این گرهها با زیرنویس b مشخص شدهاند.

_ [1]	نانوذرات	سیال پایه و	ترموفيزيكى	<b>۱</b> خواص	جدوز
-------	----------	-------------	------------	---------------	------

آب(سیال پایه)	مس	خواص فيزيكي
4119	۳۸۵	$C_p(Jkg^{-1}K^{-1})$
99V/1	٨٩٣٣	$\rho(\text{kgm}^{-3})$
۰/۶۱۳	4.1	$k(Wm^{-1}K^{-1})$
۲ ۱× <sup>۵-</sup> ۱ •	۱/۶۲× <sup>۵-</sup> ۱۰	$\beta(K^{-1})$
•/• <b>\</b>	۵/۹۶×۱・ <sup>Υ</sup>	$\sigma(s^3A^2kg^{-1}m^{-1})$
•/•• • • • • • •	_	$\mu(Pa \cdot s)$
۲.	1	d(nm)

محل تقاطع راستاهای هشتگانه شبکه با مرز منحنی با زیرنویس w نشان داده شده است. اولین و دومین گره در هر یک از راستاهای مذکور درون ناحیه محاسباتی نیز به ترتیب با زیرنویسهای f و ff نامگذاری شده است. در این روش بعد از مرحله برخورد، با استفاده از تقریب برونیابی توابع توزیع چگالی و انرژی مربوط به تقاط مجاور مرز درون حوزه حل و با کمک شرایط دمایی و سرعت مرز منحنی محاسبه میشوند. برای مرحله پخش، توابع توزیع محاسبه شده در گرههای مرز جامد به گرههای درون حوزه حل منتقل میشوند. تقریب برونیابی با توجه به محل تقاطع مرز منحنی و راستاهای شبکه از مرتبه اول یا دوم خواهد بود. برای این منظور پارامتر  $\Delta$  به صورت یا دوم خواهد بود. برای این منظور پارامتر  $\Delta$  به صورت توبع توزیع چگالی و انرژی استفاده میشود.



#### **.....**

## ۳- نتايج

به منظور یافتن شبکه مناسبی که منجر به استقلال نتایج از شبکه شود، عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای شبکه با ابعاد مختلف به دست آمده و به همراه شرایط منظور شده در جدول ۲ ارائه شده است. همانگونه که مشاهده می شود، شبکه با

ابعاد ۱۶۰×۸۰۰ مناسب است. نحوه عملکرد شبیهسازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی توسط کد حاضر تحت اثر میدان مغناطیسی با مرجع [۱۹] در جدول ۳ برای عدد رایلی <sup>۵</sup> ۱۰ و برای صحتسنجی بر روی مرزهای منحنی با مرجع [۲۰] در شکل ۴ مقایسه شده است. همانطور که دیده میشود، اطلاعات به دست آمده از برنامه کار حاضر تطابق مناسبی با کارهای انجام شده دارد. با توجه به اعتبارسنجی برنامه کامپیوتری و اطمینان از دقت نتایج بدست آمده، در این بخش نتایج حاصل از شبیه-سازیهای صورت گرفته ارائه و بیان میشود. هدف بررسی تأثیر حدول ۲ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای توزیع دمای دیواره خطی، دیواره سرد منحنی، Ha=60 و H=p

ابعاد سبكه	۴۰×۸۰	8•×17•	۸۰×۱۶۰	1×1
Nu	۱/•۶۷	١/٠٨٩	1/177	1/141

پارامترهای مؤثر از قبیل عدد هارتمن، ضریب تولید/جذب حرارت، کسر حجمی نانوسیال، شکل دیواره سرد و نوع گرمایش محفظه بر روى ماهيت و عملكرد انتقال حرارت جابجايي طبيعي است. شکل ۵ خطوط جریان را به ازای مقادیر مختلف ضریب تولید/جذب حرارت و عدد هارتمن برای گرمایش دما ثابت نشان میدهد. همانطور که دیده می شود تا عدد هارتمن ۳۰ و به ازای مقادیر f+>p گردابهای ساعتگرد درون محفظه شکل می گیرد ولی به ازای مقادیر بزرگتر از صفر برای ضریب تولید/جذب حرارت، گردابه ثانویه با قدرتی کمتر برای q=+5 و با قدرتی بیشتر برای q=+10 در نزدیکی دیواره گرم شکل میگیرد. زیرا با افزایش ضریب تولید حرارت، دمای نانوسیال افزایش یافته و انتقال حرارت از سیال به دیواره گرم صورت می گیرد. ولی برای عدد هارتمن ۶۰ مشاهده می شود که بجز در q=+15 در بقیه موارد تنها یک گردابه به وجود میآید. ملاحظه میشود که در تمامی موارد، با افزایش عدد هارتمن از مقدار بیشینه خطوط جریان کاسته میشود، زیرا افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب كاهش سرعت نانوسيال داخل محفظه مىشود. بعنوان نمونه در q=0 افزایش عدد هارتمن از ۰ تا ۶۰ سبب کاهش ۸۴ درصدی بیشینه خطوط جریان می شود. همچنین افزایش ضریب توليد/جذب حرارت منجر به افزايش سرعت نانوسيال داخل

ىر	م بین کار حاض	ط روی دیوارہ گر [۱۹]	سه عدد ناسلت متوس و مرجع	<b>جدول ۳</b> مقای
		روی دیوارہ گرم	عدد ناسلت متوسط	
	درصد اختلاف	کار حاضر	مرجع[١٩]	На
	٠/٩٨	17/11	17/23	•
	۲/•۴	17/49	۱۲/۷۵	۵۰
	٣/١١	17/77	18/18	۱۰۰

SAR SAR

**شکل ۴** مقایسه خطوط همدما بین الف) کار حاضر (سمت راست) و ب) مرجع [۲۰] (سمت چپ) در عدد رایلی ۱۰<sup>۵</sup>

یعنی در q=+10 نانوسیال بیشترین دما را دارد. همچنین لازم به ذکر است که وقتی دیواره دارای دمای ثابت است، دمای سیال داخل محفظه نسبت به حالتی که گرمایش دیواره بهصورت خطی است، بیشتر است. شکل ۸-ب نیز دمای بیبعد را برای مقادیر مختلف کسر حجمی در دو عدد هارتمن ۱۵ و ۴۵ نشان میدهد. مشاهده می شود که در عدد هارتمن ۴۵، هدایت پدیده غالب انتقال حرارت است. همچنین وقتی Ha=45 است، با افزایش کسر حجمی تا X=0.4 دما افزایش می یابد ولی برای مقادیر بزرگتر X، پروفیل سرعت ثابت می شود که نشان از بی اثر شدن افزودن نانوذرات دارد. برای Ha=15 دو ناحیه قابل ذکر است؛ برای X<0.4 افزایش کسر حجمی سبب افزایش دما و برای X>0.4 عکس این اثر مشاهده می شود. نانوسیال ضریب هدایت حراراتی بالاتری نسبت به سیال پایه دارد که با افزودن آن به سیال پایه انتقال حرارت در مجاورت دیواره گرم افزایش و انتقال حرارت در نزدیکی دیواره سرد کاهش می یابد که این اثر برای عدد هارتمن کمتر مشاهده می شود ولی برای عدد هارتمن بیشتر فقط افزایش انتقال حرارت در نزدیکی دیواره گرم دیده می شود و این اثر در نزدیکی دیواره سرد قابل چشم پوشی است [۹]. با توجه به شکل ۱۰ ملاحظه می شود که افزایش عدد هارتمن به دلیل افزایش نیروی مقاوم در برابر حرکت نانوسیال، سبب كاهش سرعت مىشود. اين عامل منجر به كاهش قدرت جریان و سپس کاهش میزان انتقال حرارت می شود. به عنوان

محفظه و افزایش قدرت جریان می گردد ولی چون گردابه واحد به دو گردابه تبدیل می شود، از قدرت گردابه اصلی کاسته می-شود. شکل ۶ خطوط همدما را برای دیواره مورب به ازای مقادیر مختلف q برای دو نوع گرمایش دیواره و کسر حجمی ۰ و ۰/۰۶ نشان میدهد. ملاحظه می شود برای q<0 که جذب حرارت وجود دارد، دمای نانوسیال درون محفظه خیلی کمتر از دمای دیواره گرم محفظه شده و همین امر سبب افزایش تراکم خطوط همدما در نزدیکی دیواره گرم میشود. برعکس به ازای q>0 که تولید حرارت وجود دارد، چون دمای نانوسیال بیشتر از دمای دیواره گرم است، تراکم خطوط در نزدیکی دیواره گرم خیلی کمتر می شود و انتقال حرارت از نانوسیال به دیواره صورت می-گیرد. بعلاوه دیده می شود زمانی که دیواره بصورت دما ثابت است، خطوط همدما در نزدیکی دیواره گرم متراکمتر بوده که نشان از بیشتر بودن میزان انتقال حرارت دارد. همانطور که دیده می شود تغییر ضریب تولید/جذب حرارت، ساختار جریان و نوع انتقال حرارت را بصورت بارزی تحت تأثیر قرار میدهد [۸]. با توجه به شکل ۷ که خطوط همدما را به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن برای دو نوع گرمایش دیواره عمودی نشان میدهد، ملاحظه می شود که افزایش عدد هارتمن سبب کم شدن انحنای خطوط شده و خطوط به موازات دیوارهها قرار می گیرند. این عامل نشان از غالب شدن هدایت و کم اثر شدن جابجایی و به تبع آن کاهش میزان انتقال حرارت است. همچنین مشاهده می-شود زمانی که دیواره به صورت دما ثابت گرم می شود، تراکم خطوط بیشتر و میزان انتقال حرارت بیشتر خواهد بود. شکل ۸-الف دمای بی بعد را به ازای مقادیر مختلف ضریب تولید/جذب حرارت نشان میدهد. همانطور که دیده می شود، با افزایش q دمای نانوسیال داخل محفظه بیشتر می شود و دامنه این تغييرات بيشتر است. مقدار سرعت میشود. همچنین دیده میشود زمانی که دیواره دارای گرمایش بصورت خطی است سرعت سیال کمتر از حالتی

نمونه زمانی که دیواره دارای گرمایش خطی است، افزایش عدد 🦳 است که دیواره دما ثابت است. در جداول ۴ تا ۹ عدد ناسلت هارتمن از صفر به ۶۰ منجر به کاهش ۸۵ درصدی بیشترین متوسط روی دیواره گرم محفظه به ازای تغییرات عدد هارتمن، ضریب تولید/جذب حرارت، شکل دیواره سرد و نوع گرمایش ديواره عمودي سمت چپ محفظه نشان داده شده است. ملاحظه





شکل ۶ خطوط همدما به ازای مقادیر مختلف ضریب تولید/جذب برای دیواره مورب و دو نوع گرمایش دیواره عمودی محفظه  $\varphi$  =0.05 و (-).  $\phi$  =0.05 و (-).  $\mu$ 



شکل h خطوط همدما به ازای مقادیر مختلف Ha برای دیواره منحنی و دو نوع گرمایش در q=0.05(----).

می شود که در تمامی حالات، افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب کاهش عدد ناسلت متوسط می گردد. زیرا همانگونه که بیان شد، با افزایش عدد هارتمن، نیروی لورنز، نیروی مقاوم در برابر حرکت جریان افزایش مییابد و سبب کند شدن حرکت نانوسیال می شود به همین دلیل از قدرت جریان و تراکم خطوط همدما در نزدیکی دیواره گرم کاسته می شود. لازم به ذکر است که این تأثیر با افزایش q از ۱۵ – به ۱۵+ افزایش مییابد. زیرا افزایش هر

دو پارامتر موجب کاهش عدد ناسلت متوسط می گردد. مثلا در حالتی که دیواره مورب و دمای دیواره گرم ثابت است، افزایش عدد هارتمن از صفر به ۶۰ سبب کاهش ۷ و ۶۵ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتيب برای q=-15 و q=+19 می شود. بعلاوه اثر میدان مغناطیسی در هر سه نوع دیواره در حالتی که دیواره دارای گرمایش خطی است، کمتر از حالت دما ثابت است. به عنوان نمونه در q=0 و دیواره منحنی، افزایش عدد هارتمن از ۰ به ۶۰ سبب کاهش ۸/۵ و ۱۷/۵ درصدی عدد ناسلت به ترتیب برای گرمایش دما خطی و ثابت می شود. دیده می شود که با ثابت بودن سایر پارامترها، بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط به ترتیب متعلق به دیواره مورب، منحنی و صاف است. همچنین اثر افزایش عدد هارتمن در کاهش عدد ناسلت متوسط در حالت دیواره صاف بیشترین و دیواره مورب کمترین است. زیرا در حالتی که دیواره صاف است، قدرت جابجایی و حرکت نانوسیال درون محفظه بیشتر از حالتی است که دیواره مورب است و به همین جهت افزایش Ha تأثیر بیشتری در کاهش انحنای خطوط همدما دارد. مثلا در حالتی که q=+5 و گرمایش دیواره به صورت خطی است، افزایش عدد هارتمن از صفر به ۶۰ سبب کاهش ۱۰/۲، ۵۶ و ۶۷ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای دیواره مورب، منحنی و صاف می گردد. بعلاوه دیده می شود که با ثابت بودن سایر پارامترها، افزایش ضريب توليد/جذب حرارت سبب كاهش عدد ناسلت متوسط می شود، زیرا با افزایش ضریب تولید/جذب حرارت از ۱۰- تا ۱۰+، از تراکم خطوط همدما کاسته می شود. مثلا در حالتی که دیواره صاف، دیواره گرمایش دما خطی و در غیاب میدان

نعمتی و همکاران

ناسلت متوسط روی دیواره گرم این است که دمای سیال بیشتر از دیواره بوده و حرارت از سیال به دیواره منتقل میشود.

مغناطیسی، افزایش q از ۱۰- به ۱۰+ سبب کاهش ۹۳ درصدی عدد ناسلت متوسط میشود. دلیل منفی شدن عدد



q=0 مدر  $\phi$  در  $\phi$  و (ب) به ازای تغییرات  $\phi$  در  $\phi$  و Y=0.5 و گرمایش دما ثابت دیواره منحنی (الف) به ازای تغییرات  $\phi$  در  $\phi$ 



شکل ۹ سرعت عمودی در Y=0.5 به ازای تغییرات Ha برای q=0 و دیواره صاف (الف) گرمایش دما ثابت و (ب) گرمایش دما خطی

 $\varphi$ =0.0 جدول ۴ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره مورب و گرمایش دما ثابت در

	q=-10	q=-5	q=0	q=+5	q=+10
Ha=0	۱ • /٨۶۶	۹/+۵۱	Y/Y 1 1	۵/۶۳۲	1/088
Ha=15	1 • /837	٨/۶٨٧	٧/٣٢٢	$\Delta/\Upsilon\Lambda$ )	1/387
Ha=30	1 • /٣٣ 1	۸/۳۱۱	F/182	4/212	۱/• ٩۶
Ha=45	1 • / ٣٣٢	٨/•٩٩	۶/۶۱۹	4/009	•/944
Ha=60	1.1/121	γ/λλγ	۶/۳۵۱	۴/۲۳۳	•/۵۵۲

 $\varphi=0.0$  جدول ۵ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره مورب و گرمایش دما خطی در

	q=-10	q=-5	q=0	q=+5	q=+10
Ha=0	V/F ۱ T	۶/۱۸۳	۵/۴۶۶	4/418	١/٢٣٧
Ha=15	V/397	۶/۱۰۸	0/TV4	۴/۲۷۵	1/140
Ha=30	V/WVW	۶/۰۳۳	۵/۱۳۳	41.88	۱/•۵۲
Ha=45	٧/٣۶٢	۵/۹۹۹	۵/• <b>۲</b> ۹	41.40	•/954
Ha=60	٧/٣۵١	۵/۹۶۶	$\Delta/ \cdot \cdot )$	٣/٩۶۶	۰/٨۶٣

φ=0.0	ـا ثابت در	گرمایش ده	منحنی و <sup>ا</sup>	ی دیوارہ	گرم برا	وى ديواره ٔ	متوسط ر	۶ عدد ناسلت	دول ۶
-------	------------	-----------	----------------------	----------	---------	-------------	---------	-------------	-------

q=-10 q=-5 q=0 q=+5 q=+10

Ha=0	٩/٨٣٣	۸/۰۰۳	8/417	37/202	• / Y 1 1
Ha=15	१/٣٩٢	V/۴۳۸	0/VFT	۲/۷۳۲	•/۵۵۳
Ha=30	٨/٩۵٢	۶/۷۳۳	۵/۰۰۵	5/108	٠/٣٩٨
Ha=45	٨/٨٢۵	۶/۴۳۱	4/525	1/481	۰/۲۰۱
Ha=60	A/Y ) )	8/118	41.18	٠/٧٣٣	-•/•۴۱١

 $\varphi$ =0.0 جدول ۷ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره منحنی و گرمایش دما خطی در

	q=-10	q=-5	q=0	q=+5	q=+10
Ha=0	8/188	۴/۸۵۴	41.12	7/817	•/۵۵۴
Ha=15	۶/۰۷۳	4/838	36/224	2/140	•/481
Ha=30	۵/۹۵۱	ዮ/ፕሊፕ	٣/٣٣٣	1/805	•/۳۵۵
Ha=45	۵/۹۳۲	4/369	٣/٢١١	1/394	۰/۲۶ <b>۸</b>
Ha=60	۵/۹۱۶	4/318	۳/•۶۵	1/188	•/511

 $\varphi=0.0$  جدول  $\wedge$  عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره صاف و گرمایش دما ثابت در

	q=-10	q=-5	q=0	q=+5	q=+10
Ha=0	٩/٧٩٨	٧/٩٨٣	۶/۳۳۷	۳/۰ ۱۶	•/۵٩٢
Ha=15	9/417	٧/٣۵٢	۵/۱۹۱	2/222	۰ /۳۱۱
Ha=30	٨/٩۶۶	۶/۶۸۵	۴/۹۸۳	1/988	•/141
Ha=45	$\lambda/\lambda$ t t	۶/۳۸۶	۴/۳۸۵	۱/• YA	•/•VY
Ha=60	٨/۶٨٣	81.88	٣/٨۶۶	•/۲۵۴	-•/ <b>\</b> ٩۶

**جدول ۹** عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره صاف و گرمایش دما خطی در φ=0.0

	q=-10	q=-5	q=0	q=+5	q=+10
Ha=0	<i>۶</i> /•۹١	۴/۸۴۲	411	۲/۵۵۱	•/477
Ha=15	۶/۰۳۶	16/801	٣/۶٨٣	1/९८९	•/٣٢۴
Ha=30	۵/۹۱۶	۴/۳۳۳	r/r r	1/618	۰/۲۰۳
Ha=45	۵/۸۹۱	4/299	۳/۱۰۱	1/• 31	٠/١١٣
Ha=60	۵/٨۶۶	4/784	۲/۹۱۶	۰/۸۵۴	-•/•۴۲

باتوجه به شکل ۱۰-الف ملاحظه میشود که q پارامتری تعیین کننده بر اثرگذاری افزودن نانوذرات است. مشاهده میشود در q-10 افزودن نانوذرات سبب افزاش مقدار عدد ناسلت متوسط میشود و بیشترین اثرگذاری افزودن نانوذرات در همین مقدار ضریب تولید/جذب حرارت اتفاق میافتد. ولی در z-=q اثر افزودن نانوذرات در مقدار عدد ناسلت متوسط ناچیز است. به ازای z-<q، با افزودن نانوذرات از مقدار عدد ناسلت متوسط زای z-<q، با افزودن نانوذرات از مقدار عدد ناسلت متوسط افزودن نانوذرات در مقدار عدد ناسلت متوسط ناچیز است. به ازای z-<q، با افزودن نانوذرات از مقدار مدد ناسلت متوسط ازای z-<q، با افزودن نانوذرات ای z+<q مشهودتر است. این اثر ازای z-افزودن نانوذرات توسط میدان مغناطیسی را نشان میدهد. به افزودن نانوذرات میاود میدان مغناطیسی را نشان میدهد. به ازای z1>B افزودن نانوذرات سبب افزایش انتقال حرارت می-شود در حالی که به ازای مقادیر بزگتر از ۱۵، کاهش مقدار عدد ناسلت متوسط را شاهد خواهیم بود. همچنین بیشترین تأثیر

افزودن نانوذرات در بیشترین مقدار عدد هارتمن مشاهده می-شود. شایان ذکر است، زمانی که عدد هارتمن کم است، افزودن نانوذرات برای افزایش میزان انتقال حرارت، ضروری است. در حالی که برای اعداد هارتمن بالا، نیاز به اضافه کردن نانوذرات نیست زیرا از میزان انتقال حرارت کاسته می شود.

نعمتی و همکاران





شکل ۱۰ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم به ازای تغییرات  $\phi$  و دیواره مورب و گرمایش دما ثابت(الف) Ha=30 (ب)

## ۴-نتیجهگیری

در کار حاضر، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظهای دو بعدی با هندسه های مختلف با وجود تولید/جذب حرارت تحت اثر میدان مغناطیسی با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیهسازی شد. در این مطالعه عددی، تأثیر عدد هارتمن، ضريب توليد/جذب حرارت، شكل ديواره سرد، كسر حجمی نانوذرات و نوع گرمایش دیواره عمودی محفظه بررسی شد. خلاصه نتایج بدست آمده را میتوان در چند مورد زیر خلاصه نمود:

• در تمامی حالات، افزایش عدد هارتمن به دلیل کاستن از سرعت سیال درون محفظه سبب کاهش قدرت جریان و عدد ناسلت متوسط می شود که این تأثیر با افزایش ضریب توليد/جذب حرارت بيشتر مىشود.

● به ازای q=0، تا عدد هارتمن ۱۵، افزایش φ منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط و برای مقادیر عدد هارتمن بیشتر از ۱۵، افزایش کسر حجمی ماده جامد سبب کاهش عدد ناسلت متوسط مىشود.

• با ثابت ماندن تمامی پارامترها، افزایش ضریب تولید/جذب حرارت به دلیل افزایش دمای نانوسیال، سبب کاهش عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم محفظه میشود.

• بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط مربوط به زمانی است که دیواره عمودی سمت چپ محفظه در دمای ثابت گرم قرار داشته باشد که در این حالت اثر میدان مغناطیسی نیز بیشتر است.

• بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط زمانی حاصل می شود که دیواره سرد محفظه بصورت مورب باشد ولی اثر میدان مغناطیسی در این حالت کمتر است. به ازای Ha=30، برای q<0، افزایش  $\phi$  منجر به افزایش عدد ulletناسلت متوسط و برای مقادیر q>0 افزایش کسر حجمی ماده جامد سبب كاهش ميزان انتقال حرارت مىشود.

## ۵-فهرست علائم

قدرت ميدات مغناطيسي	Bo
سرعت صوت شبكه	$c_s = 1/\sqrt{3}$
سرعت مجازی ذرات روی شبکه	c <sub>i</sub>
گرمای ویژه	C <sub>p</sub>
نيروهای خارجی	F <sub>i</sub>
تابع توزیع چگالی	f
عدد هارتمن	На
تابع توزيع انرژى	g
ضريب هدايت حرارتي	k
عدد ناسلت	Nu
سرعت ماكروسكوپيک	<b>u</b> (u.v)
مختصات شبكه	<b>x</b> (x.y)
ضريب بي بعد توليد/جذب حرارت	$\begin{array}{l} q \\ = \frac{QH^2}{(\rho C_p)_{nf} \alpha_{nf}} \end{array}$
	علائم يونانى
ضريب پخش حرارتی	α
کسر حجمی نانوذرات	φ
چگالی	ρ
ضریب آسایش میدان دما	τ <sub>c</sub>
	-t
ضريب آسايش ميدان جريان	τ <sub>v</sub>
ضریب آسایش میدان جریان دمای بی بعد	τ <sub>v</sub> θ
ضریب آسایش میدان جریان دمای بی بعد لزجت سینماتیکی	τ <sub>v</sub> θ υ
ضریب آسایش میدان جریان دمای بی بعد لزجت سینماتیکی لزجت دینامیکی	τ <sub>ν</sub> θ υ μ
ضریب آسایش میدان جریان دمای بی بعد لزجت سینماتیکی لزجت دینامیکی ضریب وزنی	τ <sub>v</sub> θ υ μ
ضریب آسایش میدان جریان دمای بی بعد لزجت سینماتیکی لزجت دینامیکی ضریب وزنی	τ <sub>v</sub> θ υ μ ω
ضریب آسایش میدان جریان دمای بی بعد لزجت سینماتیکی لزجت دینامیکی ضریب وزنی تعادلی	τ <sub>v</sub> θ υ μ ω εq

f سيال i شمارہ لینک شبکہ

نعمتي و همكاران

[10] A. Mahmoudi, I. Mejri, M. A. Abbassi, A. Omri, Analysis of MHD natural convection in a nanofluids filled open cavity with non uniform boundary condition in the presence of uniform heat generation/absorption, *Powder Technol*, 2015, 269, 275–289.

[11] M. A. Abbassi, B. Mliki, A. Omri, and B. Zeghmati, Augmentation of natural convective heat transfer in linearly heated cavity by utilizing nanofluids in the presence of magnetic field and uniform heat generation/absorption, *Powder Technology*, 2015, 284, 312-325.

[12] A. Izadi, M. Siavashi, H. Rasam, and Q. Xiong, "MHD enhanced nanofluid mediated heat transfer in porous metal for CPU cooling, *Applied Thermal Engineering*, 2020, 168, 152-166.

[13] A. Rahmati, and M. Nemati, Investigation of magnetic field effect on nanofluid mixed convection inside lid-Driven K-shaped enclosure using lattice Boltzmann method, 2017, *Journal of solid and fluid mechanics*, 8, 111-126.

[14] S. H. Zadeh, M. Sabour, S. Sazgara, and M. Ghalambaz, Free convection flow and heat transfer of nanofluids in a cavity with conjugate solid triangular blocks: Employing Buongiorno's mathematical model, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2020, 538, 211-223.

[15] G. Imani, Lattice Boltzmann method for conjugate natural convection with heat generation on non-uniform meshes, *Computers & Mathematics with Applications*, 2020, 79, 1188-1207.

[16] A. A. Mohamad, Lattice Boltzmann method: fundamentals and engineering applications with computer codes, *Springer Science & Business Media*, 2011.

[17] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook, A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical review*, 1954, 94, 511-525.

18- S. Tao, A. Xu, Q. He, B. Chen, and F. G. Qin, A curved lattice Boltzmann boundary scheme for thermal convective flows with Neumann boundary condition, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2020, 150, 119-125.

[19] M. Sathiyamoorthy, A. Chamkha, Effect of magnetic field on natural convection flow in a liquid gallium filled square cavity for linearly heated side wall (s), *International Journal of Thermal Science*, 2010, 49, 1856-1865.

[20] A. Shahriari and H. R. Ashorynejad, Numerical study of heat transfer and entropy generation of Rayleigh–Benard convection nanofluid in wavy cavity with magnetic field, 2017, *Modares Mechanical Engineering*, 17, 385-396.

8-مراجع

[1] A. Aghaei, H. Khorasanizadeh, and G. A. Sheikhzadeh, Effects of magnetic field on mixed convection heat transfer and entropy generation of Cu-water nanofluid in a trapezoidal enclosure, *Modares Mechanical Engineering*, 2014, 14, 183-194.

[2] M. Hashemi-Tilehnoee, A. Dogonchi, S. M. Seyyedi, A. J. Chamkha, and D. Ganji, "Magnetohydrodynamic natural convection and entropy generation analyses inside a nanofluid-filled incinerator-shaped porous cavity with wavy heater block, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 2020, 51, 1-13.

[3] T. Tayebi, A. Dogonchi, A. J. Chamkha, and D. Ganji, Natural convection analysis in a square enclosure with a wavy circular heater under magnetic field and nanoparticles, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 2020, 139, 661-671.

[4] T. Zhang, D. Che, Y. Zhu, H. Shi, and D. Chen, Effects of magnetic field and inclination on natural convection in a cavity filled with nanofluids by a double multiple-relaxation-time thermal lattice boltzmann method, *Heat Transfer Engineering*, 2020, 41, 252-270.

[5] J. Garandet, T. Alboussiere, and R. Moreau, Buoyancy driven convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1992, 35, 741-748.

[6] H. Sajjadi, A. A. Delouei, M. Sheikholeslami, M. Atashafrooz, and S. Succi, Simulation of three dimensional MHD natural convection using double MRT Lattice Boltzmann method, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2019, 515, 474-49.

[7] R. Mohebbi, Y. Ma, M. Rashidi, Z. Yang, and M. A. Sheremet, Numerical study of MHD nanofluid natural convection in a baffled U-shaped enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2019, 130, 123-134.

[8] M. Jami, A. Mezrhab, M. h. Bouzidi, and P. Lallemand, Lattice Boltzmann method applied to the laminar natural convection in an enclosure with a heat-generating cylinder conducting body, *International Journal of Thermal Sciences*, 2007, 46, 38-47.

[9] B. Mliki, M. A. Abbassi, A. Omri, and B. Zeghmati, Effects of nanoparticles Brownian motion in a linearly/sinusoidally heated cavity with MHD natural convection in the presence of uniform heat generation/absorption, *Powder Technology*, 2016, 295, 69-83, 2016.