فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره پنجاه و دو / پائیز ۱۴۰۱
نوع مقاله : علمی پژوهشی
صفحات : ۸۰-۶۰

ارزیابی شاخص نوسان VIX در بازار سرمایه ایران و تأثیر قیمت‌گذاری آتی آن با استفاده از مدل گارو

تاریخ دریافت مقاله : ۱۴۰۰/۰۷/۰۳ تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۰/۰۹/۰۹ سیمین راجی زاده

چکیده

پژوهش حاضر با هدف تبیین مدل جدید نوسان قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله با استفاده از شاخص نوسان VIX، معروف به مدل گارو می‌باشد. همچنین، پس از مقایسه این مدل با مدل‌های گارچ و آرچ، میزان خطای اندازه‌گیری مدل‌ها بررسی شد و در نهایت، قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله در هر سه مدل برآورد و موردبحث قرار گرفت. جامعه مورد بررسی، داده‌های روزانه اختیار معامله سکه طلا در بازه زمانی ۱۳۹۶ تا ۱۳۹۹ در بورس کالای ایران می‌باشد. نوسان پذیری قیمت سکه در بورس کالای ایران به روش مدل گارو با شاخص VIX تعمیم‌یافته، گارچ و آرچ بر طبق نرم‌افزار ایویوز درست نمایی شدند. نتایج حاصل از تجزیه‌وتحلیل فرضیه‌ها نشان می‌دهد که محاسبه نوسان بر مبنای مدل گارو با مؤلفه‌های پنهان و مؤلفه پرش در پیش‌بینی نوسان VIX، در مقایسه با مدل گارچ و آرچ دارای خطای اندازه‌گیری کمتری است.

کلمات کلیدی

شاخص نوسان VIX ، قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله، مدل گارو

گروه حسابداری، دانشکده مدیریت، اقتصاد و حسابداری، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران. si.rajizade@pnu.ac.ir

مقدمه

امروزه در بازارهای معتبر مالی دنیا، ابزارهای مدیریت ریسک به‌خصوص مشتقات مالی شامل قراردادهای آتی و اختیار معامله از اهمیت بسیار زیادی برخوردارند. در بازار بورس ایران نیز این ابزارها به‌تدریج در حال معرفی و توسعه هستند. بسیاری از فعالان بازار سرمایه اعتقاد دارند علیرغم اهمیت این ابزارها و مشتقات مالی در بازار به منظور کاهش و مدیریت ریسک سرمایه‌گذاری‌ها، قیمت‌گذاری نامناسب و نادرست قراردادهای اختیار معامله، مثل هر ابزار قدرتمند دیگری، می‌تواند به مشکلات عدیده‌ای منجر شوند [۵]. از طرف دیگر، برخی سرمایه‌گذاران از انجام معاملات اختیار معامله امتناع می‌کنند چرا که بر این باورند این قراردادها پیچیدگی‌های خاص خود را دارند و لذا شناخت و فهم و درک درست آن‌ها مشکل است. ازاین‌رو، با توجه به توانایی برگ اختیار معامله در تدوین استراتژی‌های سرمایه‌گذاری، نقش اهمیت الگوهای قیمت‌گذاری در محاسبه نوسان قیمت‌ها به ویژه در حوزه مباحث مالی، کنترل ریسک و استرس سرمایه‌گذاران و فعالان بازار سرمایه پدیدار می‌شود.

درصورتی‌که قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله به نحو صحیحی برآورد شود، با به حداقل رساندن ریسک ناشی از آن، سرمایه‌گذاران بیشتری راغب به سرمایه‌گذاری در برگ اختیار معامله می‌باشند. در اوایل دهه ۱۹۷۰ میلادی الگویی که سهم بزرگی در نحوه قیمت‌گذاری و پوشش ریسک اختیار معامله داشته است الگوی قیمت‌گذاری «بلک- شولز» می‌باشد. ولی یکی از ایراداتی که بر الگوی بلک-شولز و سایر مدل‌های محاسبه نوسان وارد شده این است که تنها عوامل خرد اقتصادی را در نظر گرفته و قابلیت انعطاف‌پذیری با تغییر روند نظام اقتصادی کشور (عوامل کلان) را ندارندونیاز به یک شاخص‌دیگر که بتواند این‌عوامل را پوشش‌دهد احساس‌می‌شود [۲۴].

برای محاسبه واریانس نرخ بازده سهام در الگوی بلک شولز، مدل‌های زیادی از جمله مدل آرچ[۱]، انواع مدل‌های گارچ[۲] و مدل گارو[۳] با شاخص نوسان VIX استفاده شده است؛ که با توجه به مطالعات انجام‌شده (مانند مطالعات باردجت و همکاران[۴] [۱۲]؛ هوانگ و همکاران[۵] [۲۱]؛ ونگ[۶] [۲۵])، مدل گارو در پیش‌بینی شاخص نوسان VIX یکی از بهترین روش‌ها در محاسبه نوسان قیمت‌ها شناخته شده است. شاخص نوسان VIX به مانند فشارسنج، ریسک و استرس سرمایه‌گذاران را قبل از تصمیم‌گیری اندازه‌گیری می‌کند و آن را به حداقل می‌رساند، به همین دلیل به عنوان شاخص ترس یا سنجش ترس نیز شناخته می‌شود. همچنین در تعیین

قیمت‌گذاری اختیار معامله بسیار محافظه‌کارانه عوامل تأثیرگذار را کنار یکدیگر قرار می‌دهد و ریسک قیمت‌گذاری را به حداقل می‌رساند (ونگ،۲۰۲۰).

پژوهش حاضر، مدل گارو را از طریق مفهوم مؤلفه‌های نوسان چندگانه، شامل واریانس شرطی مبتنی بر بازده (مؤلفه‌های پنهان) و پویایی واریانس تحقق‌یافته (مؤلفه پرش) و گنجاندن هسته‌های قیمت‌گذاری غیرمونوتونیک[۷] بهبود بخشیده است. سپس این مدل جدید را برای ارزیابی VIX و قیمت‌گذاری آتی در الگوی بلک-شولز به‌کاربرده است. اگر برآورد قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله در شرایط غیرقابل پیش‌بینی بودن نظام اقتصادی در ایران به درستی انجام شود، تعداد سرمایه‌گذاران راغب به سرمایه‌گذاری در آن بیشتر خواهد شد. با توجه به بیان اهمیت شاخص نوسان VIX، مطالعات اندکی در زمینه محاسبه این شاخص و همچنین استفاده آن در قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله در ایران انجام گرفته است. لذا پژوهش حاضر سعی دارد این خلأ تحقیقاتی را در کشور برطرف نماید و راهکار مناسبی برای سنجش نوسان در بازار سرمایه ایران ارائه دهد. سؤال اصلی پژوهش این است که آیا مدل گارو با مؤلفه‌های پنهان و مؤلفه پرش در پیش‌بینی نوسان VIX در مقایسه با مدل گارچ و آرچ دارای خطای اندازه‌گیری کمتری است؟

همچنین ساختار این پژوهش بعد از مقدمه حاضر، مبانی نظری و ادبیات پژوهش است که شامل تعاریف، پیشینه تجربی پژوهش و جنبه‌های مهم این پژوهش نسبت به سایر مطالعات است. بخش سوم به زیربنای تئوریک فرضیات پژوهش که شامل چارچوب نظری و فرضیه پژوهش است، پرداخته می‌شود. بخش چهارم مربوط به روش‌شناسی پژوهش است که به نحوه‌ی اندازه‌گیری متغیرها و مدل تحلیلی پژوهش اشاره می‌کند. بخش پنجم به تجزیه‌وتحلیل یافته‌ها اختصاص دارد. در نهایت بخش ششم به نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات می‌پردازد.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در این بخش ضمن بیان مفهوم انواع قراردادهای اختیار معامله، الگوی قیمت‌گذاری «بلک-شولز» و شاخص نوسان VIX، مؤلفه‌های پنهان و پرش و مدل‌های آرچ و گارچ معرفی می‌شوند و در انتهای آن، پیشینه پژوهش و خلأ تحقیقاتی تبیین می‌شود.

قرارداد اختیار معامله

به‌طور کلی قرارداد اختیار معامله به دو نوع تقسیم می‌شود: در برگ اختیار خرید، دارنده آن حق دارد تعدادی سهم را به قیمت توافقی در تاریخی معین خریداری نماید. برگ اختیار فروش

شبیه برگ اختیار خرید است، ولی دارنده آن حق دارد تعدادی سهم به قیمت توافقی به فروش برساند. این قراردادها در واقع به‌صورت حق یا اختیار هستند، بدین معنی که آن‌ها هیچ نوع تعهدی برای خرید یا فروش به وجود نمی‌آورند. اگر به نفع دارنده برگ اختیار است، امکان دارد معامله را به قیمت توافقی انجام دهد (هاگت،۱۳۸۵: ص ۱۶۵).

مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله (بلک – شولز)

در اوایل دهه ۱۹۷۰، " فیشر بلک"، " میرن شولز"و " رابرت مرتون"، گام بزرگی در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله برداشتند .نتیجه کار آن‌ها ارائه الگویی بود که تحت عنوان "مدل بلک - شولز "معروف گشت .این الگو تأثیر زیادی در نحوه قیمت‌گذاری و پوشش خطر اختیار معامله داشته است .همچنین این الگو نقش اساسی و محوری در موفقیت مهندسی مالی در دهه‌های ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰ داشته است (هال، ۱۳۸۴: ص ۴۲۷).

شاخص نوسان VIX

شاخص نوسان یک میانگین وزنی از نوسانات ضمنی برای اختیار معاملات بر روی یک شاخص خاص است. همان‌طور که می‌توان نوسان سهام یا نوسان ضمنی را بر اساس اختیار معاملات آن محاسبه کرد، همچنین می‌توان نوسان را برای یک شاخص مانند S&P 500 محاسبه کرد.

شاخص نوسان VIX نقش مهمی در قیمت‌گذاری، معاملات و استراتژی کنترل ریسک اوراق مشتقه مالی دارد. پس از سقوط بازار سهام جهانی در سال ۱۹۸۷، بورس اوراق بهادار نیویورک (NYSE)در سال ۱۹۹۰ به منظور تثبیت بازار سهام و محافظت از سرمایه‌گذاران، مکانیسم «قطع موقت معاملات بورس[۸]» را معرفی کرد. مدت‌ها پس‌ازاینکه بورس اوراق بهادار نیویورک از مکانیسم قطع موقت معاملات بورس برای حل مشکل نوسانات شدید در بازار استفاده می‌کرد، در سال ۱۹۹۳ بورس اختیار معامله شیکاگو، شاخص نوسان بازار (VIX) را معرفی کرد که آن نوسانات ضمنی بازار از قیمت‌های اختیار معاملات بر روی شاخص S&P100 را اندازه‌گیری می‌کند [۳].

مؤلفه پنهان

یک عامل نوسان تصادفی مؤلفه یا چندگانه پنهان در زمان متوالی نیز در قیمت‌گذاری اختیاری‌ها و ادبیات ساختار مدل، نقش بهبوددهنده در ساختار مدل دارد؛ به عبارت دیگر این

مؤلفه‌ها، مدل‌های قابل اتکایی را در مدل‌سازی و تجزیه‌وتحلیل ریاضی تعمیم می‌دهد. در این پژوهش از واریانس شرطی به عنوان مؤلفه پنهان استفاده شده است که واریانس بازده هر دوره از طریق واریانس دوره قبل به دست می‌آید [۲۴].

مؤلفه پرش

یکی از عواملی که سبب بهبود مدل در این مطالعه شده است استفاده از یک مؤلفه پرش (واریانس تحقق‌یافته) در پویایی نوسان است. چرنوف و همکاران[۹] [۱۴] مؤلفه پرش را در مدل‌سازی بازده حقوق صاحبان سهام بررسی کرده و ضرورت گنجاندن مؤلفه پرش در بازده یا نوسانات تصادفی را در مدل‌های وابسته پیدا کرده است. مطالعه کریستوفرسن و همکاران[۱۰] [۱۷] اهمیت نوسانات دینامیکی و شدت پرش پویا در برآورد بازده در شاخص S&P 500 نشان داده است و پژوهش آن‌ها شدت پرش متغیر را پشتیبانی می‌کند.

مدل آرچ و مدل گارچ

یکی از بهبودهایی که در زمینه مدل‌سازی نوسانات انجام شد، مدلARCH توسط انگل[۱۱] [۲۰] بود. اولین کاربرد این مدل برای مدل‌سازی تورم انگلستان بود و تابه‌حال این مدل، برای مدل‌سازی بسیاری از داده‌های مالی و اقتصادی کشورهای مختلف به کار رفته است. توسعه این مدل منجر به کسب جایزه نوبل اقتصاد برای انگل شد. انگل در آنالیز مدل‌های مربوط به تورم به این نکته دست‌یافت که خطاهای بزرگ و کوچک پیش‌بینی در خوشه‌ها قرار می‌گیرند و از مفهوم واریانس شرطی در مدل‌سازی نوسانات استفاده کرد. نتیجه این تحقیقات منجر به ایجاد مدل ARCH شد. بولرسلو[۱۲] با بسط مدل ARCH اولیه، مدل GARCH را ایجاد کرد [۷]. الگوی گارچ نسبت به آرچ بسیار کوچک‌تر است و معمول‌ترین ساختار برای بسیاری از سری‌های زمانی مالی است [۹].

پیشینه تجربی پژوهش

مطالعات خارجی پژوهش

مطالعه ونگ [۲۵] درمقاله‌ای باعنوان "ارزیابی VIX و قیمت‌گذاری آتی‌آن ازطریق یک مدل اشتراکی تعمیم‌یافته با اجزای پنهان و جهش تحقق‌یافته" مدل گارچ را با استفاده از مؤلفه‌های نوسان پنهان، یک مؤلفه پرش و ارتباط آن‌ها با واریانس تحقق‌یافته (RV) و بازده، تعمیم داده است. سپس این مدل جدید را برای ارزیابی VIX و قیمت‌گذاری آتی آن به‌کاربرده شده است.

مطالعه هوانگ و همکاران [۲۱] در مقاله‌ای با عنوان "ساختار VIX و قیمت‌گذاری آتی VIX با نوسانات تحقق‌یافته" فرمول قیمت‌گذاری مشابهی را از طریق مدل گسترده LHARG ارائه شده ازVIX برای هر دو معاملات آتی و قیمت‌گذاری اختیاری به‌طور کلی استفاده می‌کنند و بیان می‌کنند که VIX محدود به چارچوب پیوسته است و توجه کمی به مدل‌های گارچ با زمان گسسته شده است.

مطالعه مگنرلد و همکاران [۲۳] در مقاله ای با عنوان " قدرت پیش بینی نوسانات بازار سهام با استفاده از پدیده همگام سازی" به ارزیابی نوسانات بازار سهام از طریق شاخص های VIX، VSTOXXو VXJ در ۲۶ صنعت پرداختند. نتایج مطالعه نشان می‌دهد شاخص ضمنی VIX بهترین ارزیابی را در محاسبه نوسان بازار سهام داشته است.

تحقیق آمنگلیا و ایکسو[۱۳] [۱۰] در مقاله‌ای با عنوان " بازده سهام و نوسانات: قیمت‌گذاری اجزای کوتاه‌مدت و بلندمدت ریسک بازار" این‌طور بیان می‌کنند که برای قابلیت تحلیلی قیمت‌گذاری آتی VIX، فرمول به شکل فرم بسته ضروری است. یکی از جنبه‌های مهم این مطالعه این است که از هردو واریانس شرطی و تحقق‌یافته در مدل استفاده کرده است و باعث انعطاف‌پذیری مدلGARCH Heston – Nandi شده است.

مطالعات داخلی پژوهش

مطالعه راستگو و پناهیان [۹] در راستای الگوسازی ریسک سیستماتیک با استفاده از الگوهای گارچ بوده است که با توجه به تجزیه‌وتحلیل داده‌ها در نرم‌افزار اکس متریک، نشان دادند که الگوی آرفیما-گارچ[۱۴] کارآرایی بیشتری در ارزیابی بتای ریسک سیستماتیک داشته است.

مطالعه ابونوری و زابل [۲] در ارزیابی عملکرد مدل گارچ تحقق‌یافته برای برآورد واریانس شرطی شاخص در بورس اوراق بهادار تهران، دریافتند که مدل‌های گارچ تحقق‌یافته چه در برازش داده و چه در پیش‌بینی واریانس شرطی شاخص بورس تهران از دقت بیشتری برخوردار هستند. ازاین‌رو استفاده از مدل گارچ تحقق‌یافته مدل در کارهای عملی نظیر ارزش‌گذاری و مدیریت ریسک، به دقیق‌تر شدن برآوردها منجر می‌شود.

مطالعه ابوالی و همکاران [۱] با تمرکز بر معادله شرودینگرگونه اصلیِ بلک شولز و حل این معادله با روش نیکیوورو - اوواروف، روشی متفاوت و جدید برای اثبات و بهبود معادله بلک شولز ارزیابی گردید. نتایج نشان داد؛ امکان اثباتی متفاوت برای معادله بل کش ولز از طریق حل

معادله دیفرانسیل به روش نیکیوورو – اوواروف امکان‌پذیر بوده و در سطح اطمینان ۹۵ درصد، بین قیمت‌گذاری دوگروه اصلی بلک شولز و مدل جدید ارائه شده، تفاوت معنی‌داری وجود ندارد.

مطالعه ابونوری و زابل [۳] به معرفی مدل گارچ تحقق‌یافته نامتقارن با ضریب فازی پرداخته است تا بتواند با انعطاف‌پذیری بیشتر واریانس شرطی دقیق‌تری را برآورد کند.

بر طبق پیشینه مطالعات انجام‌شده در داخل ایران می‌توان دریافت که مطالعات اندکی در زمینه قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله با استفاده از مدل‌های آرچ، گارچ و مدل گارو در پیش‌بینی شاخص نوسان VIX در ایران صورت گرفته است. لذا پژوهش حاضر در نظر دارد نه تنها کار آیی این شاخص را در بازار سرمایه ایران بررسی کند، بلکه عملکرد این شاخص را نسبت به سایر مدل‌ها از قبیل مدل گارچ و آرچ مورد مقایسه قرار دهد و بتواند راهکار مناسبی برای تصمیم‌گیری بهتر سرمایه‌گذاران و فعالان بازار سرمایه در پیش‌بینی و انتخاب قیمت‌گذاری اختیار معامله باشد.

زیربنای تئوریک فرضیه پژوهش

مهم‌ترین وظیفه بورس اوراق بهادار تهران ایجاد یک بازار کارا با قیمت‌گذاری مناسب اوراق بهادار است. کارشناسان خبره مالی نقش تعیین‌کننده‌ای در ایجاد چنین بازاری ایفا می‌کنند که اطلاعات موردنیاز خود را برای قیمت‌گذاری صحیح اوراق بهادار بر اساس الگوهای قیمت‌گذاری به دست می‌آورند. الگوهای قیمت‌گذاری متنوعی برای قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله وجود دارد ولی اینکه کدام الگو بهترین برآورد قیمت اختیار معامله را در بازار سرمایه انجام می‌دهد مورد مطالعه و بررسی قرارگرفته است. مطالعات تجربی نشان داده است بهترین الگوی قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله الگوی "بلک-شولز" می‌باشد که تمامی متغیرهای به‌کاربرده شده در این الگو به استثنا واریانس، کاملاً مشخص و قابل‌محاسبه هستند. برای محاسبه واریانس در این الگو مدل‌های زیادی پیشنهاد شده است که بهترین این مدل‌ها که اخیراً در جهان شناخته شده است، مدل گارو در پیش‌بینی نوسان VIX است و این پژوهش به بررسی آن پرداخته است. ازاین‌رو فرضیه‌های پژوهش با توجه به چارچوب نظری به شرح زیر است:

۱-مدل گارو با مؤلفه‌های پنهان و مؤلفه پرش در پیش‌بینی نوسان VIX در مقایسه با مدل گارچ دارای خطای اندازه‌گیری کمتری است.

۲-مدل گارو با مؤلفه‌های پنهان و مؤلفه پرش در پیش‌بینی نوسان VIX در مقایسه با مدل

آرچ دارای خطای اندازه‌گیری کمتری است.

روش‌شناسی پژوهش

در این پژوهش، با توجه به داده‌های روزانه اختیار معامله سکه طلا در بازه زمانی ۱۳۹۶ تا ۱۳۹۹ در بورس کالای ایران، نوسان پذیری قیمت سکه در بورس کالای ایران به روش مدل گارو با شاخص VIX تعمیم‌یافته، گارچ و آرچ بر طبق نرم‌افزار ایویوز درست نمایی می‌شوند. همچنین در قسمت استحکام نتایج، قیمت تئوریک اختیار معامله سکه طلا برای قراردادهای اختیار معامله به تفکیک هر سطح از قیمت اعمال تحت مدل" بلک- شولز "مورد محاسبه قرار می‌گیرد و درنهایت، با قیمت بازار مقایسه می‌شود.

تصریح مدل

فرمول‌های قیمت‌گذاری الگوی " بلک– شولز"

فرمول‌های بلک- شولز برای قیمت‌های اختیار معامله از نوع اروپایی که سود پرداخت نمی‌کنند، عبارت است:

$$C = S0\ N(d1) - K\ e^{-rT}\ N(-d2) \quad \text{رابطه ۱)}$$

$$P = K\ e^{-rT}\ N(-d2) - S0\ N(-d1) \quad \text{رابطه ۲)}$$

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right)\left(r+\frac{\sigma_2}{2}\right)T}{\delta\sqrt{T}} \quad \text{رابطه ۳)}$$

$$d2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right)\left(r+\frac{\sigma_2}{2}\right)T}{\delta\sqrt{T}} = d1 - \sigma\sqrt{T} \quad \text{رابطه ۴)}$$

در معادلات بالا، N(x) تابع توزیع احتمال تجمعی یک متغیر با توزیع نرمال استانداردشده، می‌باشد. سایر متغیرها در دو فرمول فوق، معلوم و تعریف شده هستند .متغیرهای C و P به ترتیب قیمت‌های اختیار خرید و اختیار فروش اروپایی هستند (هال،۱۳۸۴ ص ۴۴۰). S_0قیمت جاری دارایی، K قیمت اعمال، r نرخ بهره بدون ریسک (به‌صورت مرکب و پیوسته) ، T مدت زمان باقیمانده تا زمان انقضا و σ نوسان پذیری قیمت دارایی را نشان می‌دهد (هال،۱۳۸۴، ص۴۴۱).

مدل گارو با شاخص نوسانVIX تعمیم‌یافته و قیمت‌گذاری آتی

این پژوهش از مطالعه ونگ (۲۰۲۰) جهت محاسبه مدل گارو با شاخص نوسان VIX تعمیم‌یافته و قیمت‌گذاری آتی آن استفاده کرده است.

برای قابلیت تحلیلی قیمت‌گذاری آتی VIX، فرمول به شکل فرم بسته ضروری است. به‌طور خاص، در چارچوب مدل گارو فرض می‌شود که بازده روزانه $R_{t+1}=\ln\frac{S_{t+1}}{S_t}$ را با مدل طبیعی زیر به دست می‌آید:

$$Rt+1= r + (\lambda 1 - \frac{1}{2}) ht + (\lambda J - \xi) hJ,t + \sqrt{h}\,\varepsilon 1,t+1 + \eta t+1\,\varepsilon 1,t+1 \quad |F\ t \sim N(0,1),\ \eta t+1\ |F\ t \sim J(hJ,t, \theta, \delta),\ \xi := \exp(\theta+\delta 2/2)-1$$

رابطه ۵)

که در رابطه (۵) r نرخ ثابت بدون ریسک است و λ_J و λ_1 به ترتیب قیمت ریسک را برای مؤلفه‌های نرمال و پرش نشان می‌دهند. $N(0,1)$ توزیع نرمال استاندارد را نشان می‌دهد، و $J(h_{J,t}, \theta, \delta)$ توزیع پواسون مرکب باشدت پرش $h_{J\,t}$، θ و δ^2 به عنوان میانگین و واریانس اندازه پرش است. علاوه بر این، تصور می‌شود که این دو مؤلفه مستقل هستند. سپس می‌توان دریافت که واریانس شرطی بازده به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$Var\ t(R\ t+1) = ht + (\theta 2 + \delta 2)\, hJ,t$$

رابطه ۶)

قبل از تعیین پویایی هر دو مؤلفه، فرض می‌شود که واریانس h به‌طور طبیعی از دو قسمت تشکیل شده باشد:

$$ht = \kappa\, h_t^R + (1-\kappa)\, h_t^{RV}$$

رابطه ۷)

κ یک پارامتر مثبت به عنوان ضریب واریانس شرطی h_t^R واریانس تحقق‌یافته h_t^{RV} می‌باشد. یکی از جنبه‌های مهم این پژوهش این است که از هردو واریانس در مدل استفاده کرده است و باعث انعطاف پذیری مدل GA Heston – Nandi هنگامی‌که $\kappa = 1$ و یک واریانس کاملاً تحقق‌یافته (ARV) در زمان $\kappa = 0$ شد ست. به گفته کریستوفرسن و همکار ان (۲۰۱۴)، ترکیب RV در مدل گارچ منجر به تناسب بهتر در بازده وRV می شود و به‌طور قابل توجهی خطاهای قیمت اختیاری را از سایر مدل‌ها کاهش می‌دهد.

در این بخش، چندین ترکیب از مدل گارو را که توسط کریستوفرسن و همکاران (۲۰۱۴) پیشنهاد شده است، ارائه شده است؛ و با شیوه ترکیب کوتاه‌مدت و بلندمدت در مدل گارچ و RV شروع می‌شود:

$$h_t^R = q_t^R + (h_t^R - q_t^R),\ h_t^{RV} = q_t^{RV} + (h_t^{RV} - q_t^{RV})$$

رابطه ۸)

در اینجا، به جای تبدیل میانگین به یک واریانس غیرشرطی ثابت، واریانس گارچ شرطی h_t^R و واریانس تحقق‌یافته شرطی h_t^{RV} حول مؤلفه‌های طولانی‌مدت متغیر متناظر با آن‌ها یعنی

q_t^{RV} و q_t^R حرکت می‌کنند. هدف پژوهش این است که هنگام پیش‌بینی VIX و قیمت‌گذاری آتی آن ، عملکرد ساختارهای مؤلفه را در مدل به‌طور کامل بررسی کند.

ابتدا در مدل گارو با جایگذاری فرمول دو مؤلفه‌ای در هر یک از روابط (۸)، رابطه‌های زیر را به دست می‌آورد:

$$q^R_{t+1} = w1 + \beta1,l\, q^R_t + (1-\kappa)\alpha1,l\,\gamma_1^2\, h^{RV}_t + + \alpha_{1,l}(\varepsilon_{1,t+1} - \gamma_1\sqrt{h_t})^2, \quad \varepsilon_{t+1} |F_t \sim N(0,1),$$

$$h^R_{t+1} - q^R_{t+1} = w1 + \beta1,s\, q^R_t + (1-\kappa)\alpha1,s\,\gamma_1^2\, h^{RV}_t + \alpha_{1,s}((\varepsilon_{1,t+1} - \gamma_1\sqrt{h_t})^2 - (1+\gamma_1^2\, ht)).$$

رابطه ۹)

در هر دو رابطه، γ_1 رابطه منفی بین واریانس و بازده یا به‌اصطلاح "اثر اهرم" را توصیف می‌کند .فرمول‌ها به‌صورت تجربی توسط چرنوف و همکاران (۲۰۰۳) ارائه شده است. به این صورت که هر دو عامل کوتاه‌مدت و بلندمدت نوسانات بازار سهام اثر اهرمی را نشان می‌دهند. بر طبق رابطه قبل، پویایی موازی برای مؤلفه RV به شرح زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$q^{Rv}_{t+1} = w2 + \beta2,l\; q^{Rv}_t + k\alpha2,s\,\gamma_2^2\, h^R_t + \alpha_{2,l}(\varepsilon_{2,t+1} - \gamma_2\sqrt{h_t})^2, \quad \varepsilon_{2,t+1} |F_t \sim N(0,1),$$

$$h^{Rv}_{t+1} - q^{Rv}_{t+1} = \beta2,s\;(h^{Rv}_t - q^{Rv}_t) + \alpha_{2,s}((\varepsilon_{2,t+1} - \gamma_2\sqrt{h_t})^2 - (1+\gamma_2^2\, ht)).$$

رابطه ۱۰)

در اینجا استاندارد نرمال $\varepsilon_{2,t+1}$ مجاز است با $\varepsilon_{1,t+1}$ ضریب همبستگی داشته باشد، اما باید از η_{t+1} مستقل باشد .برای پرش‌ها از مدل Heston – Nandi GARCH استفاده شده است:

$$h\,J,t+1 = w\,3 + \beta3\; h\,J,t + \alpha3\;(\varepsilon1,t+1 - \gamma3\sqrt{h}\,t)\,2$$

رابطه ۱۱)

سپس نشان خواهیم داد که پویایی واریانس موجود در رابطه‌های (۹)، (۱۰) و (۱۱) امکان راه‌حل‌های فرمول بسته را فراهم می‌کند، ازاین‌رو در هزینه‌های محاسباتی صرفه‌جویی می‌شود . سرانجام، RV $_{t+1}$مشاهده‌شده و انتظار شرطی آن h_t^{RV} به شرح زیر مرتبط می‌شوند:

$$RVt+1 = h_t^{RV} + \sigma\,((\varepsilon\,2,t+1 - \gamma2\,\sqrt{h}\,t)\,2 - (1+\gamma_2^2\,ht)$$

رابطه ۱۲)

همان‌طور که از رابطه (۸) و (۹) نتیجه می‌شود، واریانس بازده دارای دو مؤلفه h_t^{RV} و h_t^R است که هر یک از آن‌ها باز هم از دو مؤلفه، بلندمدت و کوتاه‌مدت تشکیل شده است. بنابراین به روابط (۵) تا (۱۲) به عنوان مدل کامل GARV-2C-J یا به‌طور خلاصه مدل تمام مؤلفه‌ای می‌نامیم. در این مطالعه ، ازمدل کامل GARV-2C-J (12) - (5) برای پیش‌بینی VIX و قیمت‌گذاری تحلیلی معاملات آتی VIX استفاده می‌کنیم. λ_1، λ_J، κ، w_i، $\alpha_{i,l}$، $\alpha_{i,s}$ ، $\beta_{i,l}$، $\beta_{i,s}$، γ_iو، σ،θ پارامترهای برآورد هستند. ترکیبی از داده‌های ترکیبی و ساختارهای مؤلفه‌های

پنهان امکان انعطاف‌پذیری بیشتری نسبت به مدل نیمه مؤلفه گارچ از کریستفرسن و همکاران (۲۰۰۶) و کریستوفرسن و همکاران (۲۰۱۴) فراهم می‌کند. علاوه بر این ، مدل مذکور این امکان را می‌دهد تا سودمندی مؤلفه پرش مورد بررسی قرار گیرد.کل واریانس غیرشرطی برابراست با $\hat{H} = \kappa\hat{h}^R + (1-\kappa)\,\hat{h}^{RV}\,(\theta^2 + \delta^2)\,\hat{h}J$، و رابطه‌های مؤلفه‌های مبتنی بر بازده غیرشرطی، تحقق‌یافته و پرشی در زیر به دست می‌آید

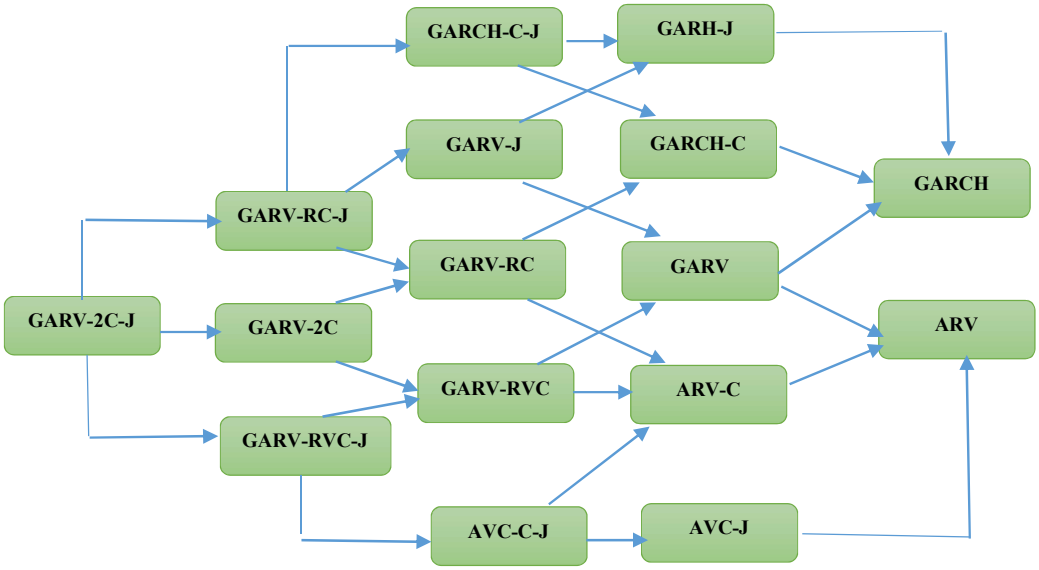
$$\hat{h}^R = \frac{(w\,1 + \alpha 1\,,l\,)(1-\beta 2\,,l - \alpha 2\,,l\;\gamma_2^2\,(1-\kappa))}{(1-\beta 1\,,l - \alpha 1\,,l\;\gamma_1^2\,\kappa)(1-\beta 2\,,l - \alpha 2\,,l\;\gamma_2^2\,(1-\kappa))},$$

$$\hat{h}^{RV} = \frac{w\,2 + \alpha 2\,,l + (\alpha 2\,,l + \alpha 2\,,s\,)\;\gamma_2^2\;\kappa\,\hat{h}^R}{1-\beta 2\,,l - \alpha 2\,,l\;\gamma_2^2\;(1-\kappa)}, \qquad \text{رابطه ۱۳)}$$

$$, \qquad \hat{h}_J = \frac{w\,3 + \alpha 3 + \alpha 3\;\gamma_3^2(\kappa\,\hat{h}^R + (1-\kappa)\;\hat{h}^{RV})}{1-\beta 3}$$

اکنون مدل پیشنهادی کامل GARV-2C-J (1) - (7) را به شانزده رابطه نشان داده می‌شود، که به دو طبقه تقسیم می‌شوند، هشت مدل بدون پرش و مؤلفه‌های با پرش در نمودار نشان داده شده است.

نمودار سلسله مراتبی $A \rightarrow B$ به این معنی است که مدل A به مدل B کاهش می‌یابد . در نمودار (۱) مدل پیشنهادی GARV-2C-J دارای پنج مؤلفه است، GARV-RC-J، GARV-2Cو GARV-RVC-J دارای چهار مؤلفه است، همهGARCH-CJ ، GARV-J، GARV-RC، GARV-RVCو ARV-CJ دارای سه مؤلفه هستند، درحالی‌که هر یک از GARCH-J، GARCH-C، GARV، ARV-Cو ARV-J دارای دو مؤلفه هستند .برای هر یک از مدل‌های تودرتو، فرمول‌های بسته‌ای را برای ارزیابیVIX و قیمت‌گذاری آتی آن ایجاد شده است.



نمودار۱. نمودار سلسله مراتبی GARV-2C-J

از آنجایی که VIX و مشتقات آن تحت معیار سنجش ریسک خنثی ارزیابی می‌شوند، ابتدا یک مدل قیمت‌گذاری غیرمونوتونیک معرفی می‌شود و سپس فرآیندهای حاکم بر آن را در ریسک خنثی توصیف می‌شود و تغییر مدل Radon—Nikodym با $\mathbb{Z} = \frac{d\mathbb{Q}}{d\mathbb{P}}$ سه شوک زیر مورد توجه قرار می‌دهد:

رابطه ۱۴)
$$\mathbb{Z}_{t+1} = \frac{\exp\left(\nu_{1,t}\ \varepsilon_{1,t+1}, + \mu 1\ \varepsilon^2_{1,t+1} + \nu_{2,t}\ \varepsilon_{2,t+1} + \mu 2\ \varepsilon^2_{2,t+1} + \nu 3\ \eta t{+}1\right)}{E\,t\left(\exp\left(\nu_{1,t}\ \varepsilon_{1,t+1} + \mu 1\ \varepsilon^2_{1,t+1} + \nu_{2,t}\ \varepsilon_{2,t+1} + \mu 2\ \varepsilon^2_{2,t+1} + \nu 3\ \eta t{+}1\right)\right)}$$

این تغییر اندازه‌گیری فیزیکی را با معیار ریسک خنثی در بازده و نوسانات مرتبط می‌کند و برتری متناسب با بازده و قیمت اختیاری را فراهم می‌کند. علاوه بر این، رابطه (۹) یک هسته خنثی را ایجاد می‌کند که هم به بازده و هم به واریانس بستگی دارد و پس از گنجاندن دارایی‌ها، غیرمونوتونیک می‌شود. علاوه بر این، این هسته ارزش سهام و ریسک واریانس را از هم جدا می‌کند و ازاین‌رو ساختار مدل ترکیبی را ایجاد و قابلیت تحلیل را ارائه می‌دهد. برای خنثی‌سازی مدل GARV-2C در رابطه‌ی (۱) تا (۷)، ابتدا نمادهای زیر را تعریف می‌شود:

رابطه ۱۵)
$$\hat{\mathrm{h}}_{j,t} = \sigma\,{}^{2}_{3}\,h_{j,t}\ \ \text{و}(\hat{h}_t, \hat{\mathrm{h}}^R_t,\ \hat{\mathrm{h}}^{Rv}_t) := \sigma\,{}^{2}_{1}\,(ht\,,\ h^R_t, h^{Rv}_t)$$

سپس از طریق رابطه (۱۴) و (۱۵) فرآیند ریسک خنثی به دست می‌آید.

مدل کامل GARV-2C در رابطه (۵) تا (۱۲) تحت معیار قیمت خنثی $\mathbb{Q}$ به شرح زیر است:

$$RV_{t+1} = \varphi(\tilde{h}_t^{Rv}, \tilde{h}_t) + \tilde{\sigma}((\tilde{\varepsilon}_{2,t+1} - \tilde{\gamma}_2\sqrt{\tilde{h}t})^2 - (1+\tilde{\gamma}_2^2\,\tilde{h}_t)) \quad \text{رابطه ۱۶)}$$

در اینجا $\tilde{\varepsilon}_{i,t+1} | F_t \sim N(0,1)$ استاندارد نرمال در همبستگی $\mathbb{Q}$ می‌باشد.

$$\tilde{\rho} := \frac{2\rho\sigma_1\sigma_2}{(1-\rho^2)+\sqrt{(1-\rho^2)^2 + 4\sigma_1^2\sigma_2^2\rho^2}}, \quad \text{رابطه ۱۷)}$$

و هردو مستقل هستند با توجه به پارامترهای $\bar{\eta}\ t+1 | F\ t \sim J(\bar{h}_{J,t}, \bar{\theta}, \bar{\delta})$ با $\theta + \delta^2 v_3$ و $\bar{\theta} = \bar{\xi} = \exp(\bar{\theta} + \bar{\delta}^2/2) - 1$; به علاوه بقیه پارامترها به شرح زیر به دست می‌آیند:

$$\tilde{\gamma}_1 = \frac{\gamma_1 + \lambda_1 + \frac{1}{2}(\sigma_1^2 - 1)}{\sigma_1^2},$$

$$\tilde{\gamma}_2 = \frac{\gamma_2 + \lambda_2}{\sigma_1\sigma_2}, \tilde{\gamma}_3 = \frac{\gamma_3 + \lambda_1 + \frac{1}{2}(\sigma_1^2 - 1)}{\sigma_1^2} \quad \text{رابطه ۱۸)}$$

و عملکرد φ در RV به‌صورت زیر ارائه می‌شود .

$$\varphi(x,y) := \frac{x}{\sigma_1^2} + \frac{y}{\sigma_1^2/(\sigma\lambda_2(\lambda_2 - 2\gamma_2))} + \sigma(\sigma_2^2 - 1). \quad \text{رابطه ۱۹)}$$

همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد، VIX مقداری است که انتظار نظری نوسانات بازار سهام در آینده را شکل می‌دهد. VIX فعلی اندازه‌گیری نوسانات ۳۰ روزه مورد انتظار شاخص S&P 500 را با استفاده از قیمت‌های اختیاری زمان واقعی - داده‌های بازار را بیان می‌کند. همان‌طور که گفته شد، مقدار VIX را می‌توان با میانگین حساب سالانه انتظار واریانس بازده روزانه شاخص S&P 500 تحت معیار ریسک خنثی در ماه بعد نشان داد.

$$\frac{1}{252}\left(\frac{VIX_t}{100}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-1} E_t^{\mathbb{Q}}\left(\tilde{H}_{t+K}\right) =: Vix_t^{(n)}, \quad \text{رابطه۲۰)}$$

در اینجا $Vix_t^{(n)}$ و $\bar{H}t = \bar{h}t(\bar{\theta} + \bar{\delta}^2)\,\bar{h}_{J,t}$ در VIX محاسبه می‌شود و زمان t و n=22 در این مطالعه در نظر گرفته شده است.

برای نشان دادن ساختارهای ترکیبی ، ابتدا رابطه‌های زیر تعریف می‌شود:

$\mathbf{e} := (\kappa\kappa_1 - \kappa_1 - \kappa\tilde{\theta}_2 + \tilde{\delta}2)$ $\Omega := (\tilde{w}_1 + \alpha_{1,1}\,o\tilde{w}_2 + \alpha_{2,1}\,o\tilde{w}_3 + \tilde{\alpha}_3)^T,$	رابطه ۲۱)

در رابطه (۲۱) باید عناصر مورب را برای اندازه‌گیری میزان ماندگاری رابطه‌ی (۱۶) اتخاذ شود. اگرچه می‌توان از مقادیر ویژه آن نیز برای این منظور استفاده کرد، اما این انتخاب ورودی‌های مورب مقایسه مدل‌های نوع GARV و GARCH را بهتر نشان می‌دهد. علاوه بر این، توجه داشته باشید که با $H_t = e\,H_t$ واریانس به $H_{t+1} = \Gamma H_t + \Omega + V_{t+1}$ تبدیل می‌شود.

رابطه ۲۲)
$$H_t := \begin{pmatrix} \tilde{q}_t^R \\ \tilde{h}_t^R - \tilde{q}_t^R \\ \tilde{q}_t^{Rv} \\ \tilde{h}_t^{Rv} - \tilde{q}_t^{Rv} \\ \tilde{h}_{J.t} \end{pmatrix},\quad V_{t+1} := \begin{pmatrix} \alpha 1,l\,(\,\varepsilon 2\,1,t+1-2\,\gamma 1_\,h\,t\,\varepsilon\,1,t+1-1) \\ \alpha 1,s\,(\,\varepsilon 2\,1,t+1-2\,\gamma 1_\,h\,t\,\varepsilon\,1,t+1-1) \\ \alpha 2,l\,(\,\varepsilon 2\,2,t+1-2\,\gamma 2_\,h\,t\,\varepsilon\,2,t+1-1) \\ \alpha 2,s\,(\,\varepsilon 2\,2,t+1-2\,\gamma 2_\,h\,t\,\varepsilon\,2,t+1-1) \\ \alpha 3\,(\,\varepsilon 2\,1,t+1-2\,\gamma 3_\,h\,t\,\varepsilon\,1,t+1-1) \end{pmatrix}$$

سپس با توجه به $E_t\ (V_{t+1}) = 0$ رابطه زیر به ازای $K \in \mathbb{N}$ به دست می‌آید:

رابطه ۲۳)
$$E_t^{\mathbb{Q}}(H_{t+k}) = \Gamma E_t^{\mathbb{Q}}(H_{t+k-1}) + \Omega$$

و بر اساس رابطه (۲۰) رابطه‌ی زیر برقرار است:

رابطه ۲۴)
$$\frac{1}{252}\left(\frac{VIX_t}{100}\right)^2 = \mathrm{Vix}_t^{(n)} = \frac{e}{n}\left(\sum_{k=1}^{n-1}\sum_{i=0}^{k-1}\Gamma^i\ \Omega + \sum_{k=0}^{n-1}\Gamma^k H_t\right)$$
$$a := = \frac{252e}{n}\sum_{k=1}^{n-1}\sum_{i=0}^{k-1}\Gamma^i\ \Omega\,,\ C := (b^l, b^s, c^l, c^s, d) = \frac{252e}{n}\sum_{i=0}^{k-1}\Gamma^k$$

با توجه به اینکه e و Ω از رابطه (۲۱) به دست می‌آیند فرمول زیر به دست می‌آید:

رابطه۲۵)
$$VIX_t = 100\sqrt{a + \mathbb{C}H_t}$$

این تعریف با استفاده از اطلاعاتی که در مورد بازده‌ها و نوسانات موجود در بازار مالی را نشان می‌دهد، صراحتاً ارزش VIX را نشان می‌دهد.

مدل آرچ

انگل (۱۹۸۲) اولین بار رابطه زیر را برای مدل ARCH(p) پیشنهاد داده است: (ابونوری و زابل، ۱۳۹۹)

رابطه ۲۶)
$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1\,\varepsilon_{t-1}^2 + \ldots + a_p\,\varepsilon_{t-p}^2$$

σ_t^2: واریانس در دوره t، ε_{t-p}^2 : مجذور پسماند در دوره t با وقفه p

مدل گارچ

الگوی گارچ نسبت به الگوی آرچ کوچک‌تر است و معمول‌ترین ساختار برای سری‌های زمانی مالی است که توسط بولرسلو (۱۹۸۶) ارائه شده است:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} b_j \sigma_{t-j}^2 \qquad \text{رابطه۲۷)}$$

که در آن a_i و b_j برای حصول اطمینان از اینکه واریانس مثبت باشد، مثبت فرض می‌شوند (ابونوری و زابل، ۱۳۹۹).

یافته‌های پژوهش

به‌منظور بررسی مشخصات عمومی متغیرها و تجزیه‌وتحلیل دقیق آن‌ها، آشنایی با آمار توصیفی مربوط به متغیرها لازم است. جدول (۱)، آمارهای توصیفی داده‌های مربوط به متغیرهای مورداستفاده در پژوهش را نشان می‌دهد.

جدول ۱. آمار توصیفی متغیرهای پژوهش

متغیر	میانگین	انحراف معیار	کمترین	بیشترین
ارزش قراردادهای اختیار معامله خرید	۶۷,۲۶۵,۳۹۶	۱۶۷,۵۷۰,۵۶۴/۳۴	۰	۳,۹۱۹,۵۴۶,۵۰۰
نرخ بازده	۰/۰۸۳	۰/۱۱۵	۰	۴/۵۳۵

مأخذ: یافته‌های پژوهش

آزمون ناهمسانی واریانس و خودهمبستگی

در پژوهش‌هایی که با ساختار داده‌های سری زمانی انجام می‌شود، پیش از تخمین مدل باید از مانایی متغیرها اطمینان حاصل کرد. سطح معنی‌داری حاصل از آزمون مانایی متغیرهای این پژوهش از جمله قیمت اختیار معامله و بازده کمتر از ۵ درصد است و نتیجه می‌شود که متغیرهای مورد بررسی در سطح مقادیر خود مانا هستند. برای سنجش آزمون ناهمسانی واریانس از آزمون وایت (۱۹۸۰) استفاده می‌شود .طبق جدول (۱)، نتایج حاصل از آزمون نشان می‌دهد که در سطح معناداری آزمون کمتر از ۵ درصد است، ناهمسانی واریانس وجود دارد .برای رفع ناهمسانی واریانس از روش حداقل مربعات تعمیم‌یافته استفاده شده است. برای سنجش خودهمبستگی از آزمون دوربین واتسون (۱۹۵۱) استفاده شده است. چنانچه مقدار آماره DW به عدد ۲ نزدیک باشد، نشان‌دهنده عدم وجود خودهمبستگی بین مقادیر خطا خواهد بود. طبق جدول (۲)، نتایج حاصل از آزمون نشان می‌دهد که بین مقادیر خطای هر مدل، خودهمبستگی وجود ندارد.

جدول ۲. خلاصه نتایج آزمون ناهمسانی واریانس و خودهمبستگی

مدل	آزمون ناهمسانی واریانس			آزمون خودهمبستگی	
	Ch2	سطح معناداری	ناهمسانی واریانس	آماره DW	خودهمبستگی
گارو	۳/۹۱	۰/۰۰۰	دارد	۱/۹۵	ندارد
گارچ	۳/۹۳	۰/۰۰۰	دارد	۲/۰۵	ندارد
آرچ	۲/۹	۰/۰۰۰	دارد	۲/۱۶	ندارد

مأخذ: یافته‌های پژوهش

نتایج آزمون فرضیه‌ها

همان‌طور که در جدول (۳) مشاهده می‌شود، نوسان برگ اختیار معامله بر اساس مدل گارو در پیش‌بینی شاخص نوسان VIX با مدل گارچ و مدل آرچ مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج حاصل از تجزیه‌وتحلیل فرضیه‌ها نشان می‌دهد که محاسبه نوسان بر مبنای مدل گارو با مؤلفه‌های پنهان و مؤلفه پرش در پیش‌بینی نوسان VIX، دارای خطای اندازه‌گیری ۰/۰۰۲ در سطح معناداری ۰/۰۰۰ و مدل گارچ دارای خطای اندازه‌گیری ۰/۰۳۳ در سطح معناداری ۰/۰۰۰ می‌باشد. ازاین‌رو، فرضیه اول پذیرفته می‌شود، یعنی مدل گارو با مؤلفه‌های پنهان و مؤلفه پرش در پیش‌بینی نوسان VIX در مقایسه با مدل گارچ دارای خطای اندازه‌گیری کمتری است. همچنین محاسبه نوسان بر مبنای مدل آرچ دارای خطای اندازه‌گیری ۰/۰۵۰ در سطح معناداری ۰/۰۰۰ است. درنتیجه، فرضیه دوم نیز پذیرفته می‌شود، یعنی مدل گارو با مؤلفه‌های پنهان و مؤلفه پرش در پیش‌بینی نوسان VIX در مقایسه با مدل آرچ دارای خطای اندازه‌گیری کمتری است.

جدول ۳. نتایج آزمون فرضیه‌ها

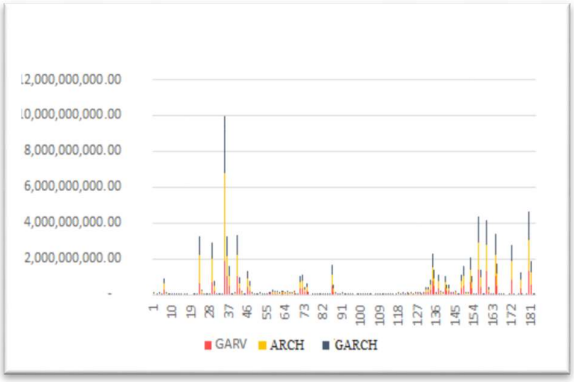
مدل	معادل لاتین	ضریب آماری	خطای اندازه‌گیری	سطح معناداری	ضریب تعیین	ضریب تعیین تعدیل‌شده
گارو	GARV	۱/۵۹۲	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۱۸۲	۰/۱۷۹
گارچ	GARCH	۴/۷۶۹	۰/۰۳۳	۰/۰۰۰	۰/۱۵۰	۰/۱۴۷
آرچ	ARCH	۶/۴۵۱	۰/۰۵۰	۰/۰۰۰	۰/۱۵۳	۰/۱۵۰

مأخذ: یافته‌های پژوهش

آزمون استحکام نتایج

جهت آزمون استحکام نتایج، قیمت‌گذاری هر برگ اختیار معامله خرید بر مبنای نوسان محاسبه شده از مدل‌های گارو، گارچ و آرچ، به تفکیک انجام‌شده است. طبق نمودار (۲) قیمت

هر برگ اختیار معامله بر اساس مدل گارو نسبت به مدل‌های گارچ و آرچ کمتر است. دلیل کاهش قیمت این است که مدل گارو در پیش‌بینی شاخص نوسان VIX از هردو واریانس شرطی مبتنی بر بازده (مؤلفه‌های پنهان) و واریانس تحقق‌یافته (مؤلفه پرش) در محاسبه نوسان برگ اختیار معامله استفاده کرده است درحالی‌که مدل گارچ و آرچ تنها واریانس شرطی را مورد محاسبه قرار می‌دهند. لذا قیمت برگ اختیار معامله در این مدل جدید نسبت به سایر مدل‌ها کاهش‌یافته و قیمت دقیق‌تری را ارائه می‌دهد.



نمودار ۲. مقایسه روش قیمت‌گذاری اختیار معامله

نتیجه‌گیری و بحث

در سال‌های اخیر، به دلیل افزایش حجم معاملات و گردش مالی زیاد در حوزه مشتقات مالی، قیمت‌گذاری دقیق این اوراق از اهمیت بالایی نزد تحلیل گران و فعالان بازار سرمایه برخوردار است. هدف این پژوهش، مقایسه کارایی مدل گارو با استفاده از شاخص VIX با مدل‌های گارچ و آرچ در مدل‌سازی و اندازه‌گیری نوسان بازده قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد. بر اساس یافته‌های این پژوهش مدل گارو در پیش‌بینی نوسان VIX بهترین عملکرد پیش بینی شاخص نوسان در قیمت‌گذاری اختیار معامله داشته است. نتایج این فرضیه‌ها با نتایج پژوهش راستگو و پناهیان (۱۳۹۹) همسوست زیرا آن‌ها نشان دادند که الگوهای سنتی گارچ و آرچ دارای محدودیت‌های اساسی محاسبه نوسان در شرایط بازار بورس می‌باشند. در نتیجه با توجه به گسترش روزافزون بازار بورس اوراق بهادار تهران، بی‌ثباتی

بیشتر و نوسانات شدید بازدهی بازار بورس تهران، استفاده از سازوکارهایی که بتوان به کمک آن‌ها ریسک بازار را در آینده پوشش داد، امری ضروری است.

همچنین این پژوهش دارای محدودیت‌هایی از جمله مدل قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله، جامعه آماری، حوزه جغرافیایی جدید، ابعاد زمانی و به‌کارگیری اطلاعات بازار اختیار معامله سکه طلا است. لذا در ادامه پیشنهاد می‌شود، پژوهش‌هایی با مدل قیمت‌گذاری متفاوت مانند شرودینگر، شبکه‌های عصبی و عصبی فازی و در سایر بازارهای اختیار معامله همانند بازار اختیار زعفران و در ابعاد زمانی متفاوت انجام گیرد. همچنین در این پژوهش، مدل گارو با مؤلفه‌های پنهان و مؤلفه پرش در پیش‌بینی نوسان VIX را، تنها با مدل‌های گارچ و آرچ مقایسه کرده است. ازاین‌رو می‌توان این مدل جدید را با سایر مدل‌های سری زمانی مالی همانند GJR-GARCH و EGARCH و غیره مورد مقایسه و تحلیل قرار داد.

منابع

۱) ابوالی، مهدی. خلیلی عراقی، مریم. حسن‌آبادی حسن. یعقوب نژاد، احمد. (۱۳۹۸). قیمت‌گذاری اختیار معامله با روش تحلیلیِ جدید برای معادله بلک شولز. راهبرد مدیریت مالی. ۲۶(۷)، ۱۵۵-۱۳۵

۲) ابونوری، اسماعیل. زابل، محمدامین.(۱۳۹۹). ارزیابی عملکرد مدل گارچ تحقق‌یافته برای برآورد واریانس شرطی شاخص بورس تهران. فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری.۳۳(۹)، ۱۴۵-۱۲۹

۳) ابونوری، اسماعیل. زابل، محمدامین.(۱۳۹۸). مقایسه مدل‌های گارچ با معرفی گارچ تحقق‌یافته نامتقارن فازی. فصلنامه مدل‌سازی اقتصادسنجی. ۱۱(۳)، ۵۸-۳۷

۴) امیری، مهدیه. میرزا پور باباجان، اکبر. اکبری مقدم، بیت اله. (۱۳۹۷). بررسی استراتژی سرمایه‌گذاری در قراردادهای اختیار معامله با روش قیمت‌گذاری بلک شولز (مطالعه موردی : قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران). فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار. ۴۰(۱۱)، ۶۳-۴۷

۵) حاجی‌زاده، احسان. ماهوتچی، مسعود (۱۳۹۸). مدلی بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی به منظور قیمت‌گذاری اوراق اختیار بسته‌ای. فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار.۳۸(۱۰)، ۳۰۶-۳۲۷

۶) شعبانی، احمد. بهاروندی، احمد.(۱۳۸۹). قراردادهای آتی ه ا و اختیار معامله ارزی از دیدگاه فقهی و اقتصادی. دو فصلنامه علمی- تخصصی مطالعات اقتصاد اسلامی. ۱ (۳)، ۶۸-۳۷

۷) کیمیاگری، علی‌محمد.حاجی‌زاده، احسان. دستخوان، حسین. رمضانی، مجید. (۱۳۹۶). ارائه‌ی مدل مکان‌یابی - تخصیص برای تخلیه‌ی افراد و توزیع کمک‌های امدادی در فاز پاسخ به بحران. نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، ۲۸(۱). ۹۹-۸۸

۸) جان هال (۱۳۸۴)، مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک،)سیاح، سجاد و صالح‌آبادی، علی، مترجمان، چاپ دوم، تهران، شرکت کارگزاری مفید.

۹) راستگو، نعمت. پناهیان، حسین.(۱۳۹۹). ارزیابی کارایی الگوهای گارچ در برآورد ریسک سیستماتیک دارایی‌های مالی شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران. فصلنامه علمی مدیریت دارایی و تأمین مالی. ۲۸(۱)، ۴۰-۲۳

10) Amengual, D., Xiu, D., (2018). Resolution of policy uncertainty and sudden declines in volatility. *Journal of Econom*. 203, 297–315.

11) Babaoglu, K., Christoffersen, P., Heston, S., Jacobs, K., (2017). Option valuation with volatility components, fat tails, and nonmonotonic pricing kernels. *Journal of Asset Pric. Stud*. 8, 183–231.

12) Bardgett, C., Gourier, E., Leippold, M., (2019). Inferring volatility dynamics and risk premia from the S&P 500 and VIX markets. *Journal of Financ. Econ*. 131, 593–618.

13) Bollerslev, T. , Mikkelsen, H.O. , 1999. Long-term equity anticipation securities and stock market volatility dynamics. J. Econom. 92, 75–99 .

14) Chernov, M., Gallant, A.R., Ghysels, E., Tauchen, G., (2003). Alternative models for stock price dynamics. *Journal of Econom*. 116, 225–257.

15) Christoffersen, P., Feunou, B., Jacobs, K., Meddahi, N., (2014). The economic value of realized volatility: using high-frequency returns for option valuation. *Journal of Financ. Quant. Anal*. 49, 663–697.

16) Christoffersen, P., Heston, S., Jacobs, K., (2013). Capturing option anomalies with a variance-dependent pricing kernel. *Rev. Financ. Stud*. 26, 1963–2006.

17) Christoffersen, P., Jacobs, K., Ornthanalai, C., (2012). Dynamic jump intensities and risk premiums: evidence from S&P 500 returns and options. *Journal of Financ. Econ*. 106, 447–472.

18) Christoffersen, P., Heston, S., Jacobs, K., (2006). Option valuation with conditional skewness. *Journal of Econom*. 131, 253–284.

19) Christoffersen, P.Engle, R. F., (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation. *Journal of Econometrica*, Vol. 50, pp. 987-1008.

20) Engle, R. F. (1982), Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation.*Econometrica*, Vol. 50, pp. 987-1008.

21) Huang, Z., Tong, C., Wang, T., (2019). VIX Term structure and VIX futures pricing with realized volatility. *Journal of Futures Market*. 39, 72–93.

22) Majewski, A., Bormetti, G., Corsi, F., (2015). Smile from the past: a general option pricing framework with multiple volatility and leverage components. *Journal of Econom*. 187, 521–531.

23) MagnerID,N., Lavin, F., Valle, M., Hardy, N., (2020). The predictive power of stock market's expectations volatility: A financial synchronization phenomenon. *PLOS ONE.*1-21

24) Ornthanalai, C., (2014). Levy jump risk: evidence from options and returns. *Journal of Financ. Econ*. 112, 69–90.

25) Wang, Q Wang, Z. (2020). VIX valuation and its futures pricing through a generalized affine realized volatility model with hidden components and jump. *Journal of Banking and Finance*.116, 1-22.

26) Yang, X., Wang, P., (2018). VIX futures pricing with conditional skewness. *Journal of Future. Market*. 38, 1126–1151.

یادداشت‌ها:

1 ARCH
2 GARCH
3 GARV
4 Bardgett et al
5 Huang et al
6 Wang
7 Nonmonotonic
8 circuit breaker
9 Chernov et al.
10 Christoffersen et al.
11 Engle
12 Bollerslev
13 Amengual & Xiu
14 ARFIMA-GARCH